

LA OBRA ENCICLOPÉDICA
YĚSODE HA-TĚBUNÁ U-MIGDAL HA-ĚMUNÁ
DE R. ABRAHAM BAR HIYYA HA-BARGELONÍ

La obra enciclopédica
YĚSODÉ HA-TĚBUNÁ U-MIGDAL HA-ĚMUNÁ
de R. ABRAHAM BAR HIYYA HA-BARGELONÍ

EDICIÓN CRÍTICA CON TRADUCCIÓN, PRÓLOGO Y NOTAS

POR

JOSÉ M.^A MILLÁS VALLICROSA
CATEDRÁTICO DE LA UNIVERSIDAD DE BARCELONA

MADRID-BARCELONA, 1952



ES PROPIEDAD

Casa Provincial de Caridad de Barcelona
Imprenta - Escuela

A30
35
952

*A mi querido amigo
Profesor Jorge Vajda,
muy afectuosamente,*

EL AUTOR

PRÓLOGO

La obra de R. Abraham bar Hiyya al-Bargeloni, titulada יסודי התבונה ומגדל האמונה, «*Fundamentos de la inteligencia y torre de la creencia*», era una obra de tipo enciclopédico, que, como su mismo título ya deja entrever, abarcaba tanto las ciencias especulativas como las de carácter religioso; estas dos directrices de la obra la dividían en dos partes principales, según veremos más adelante. Desgraciadamente sólo nos han llegado algunos fragmentos de esta obra, de tan amplios fines. Los fragmentos que conservamos son, según nuestra información bibliográfica, los siguientes:

A) Introducción general, en la cual se dice que la obra se asienta sobre base bíblica, y se explica el plan y división de la misma. Se conserva en un manuscrito único, el n.º 1170 de la Biblioteca *Palatina* de Parma, folios 1-6 r., precediendo precisamente a otra obra de nuestro autor : la *Geometría* חבור המשיתה והחשבורה. Este prólogo o introducción general fué identificado por Steinschneider, en su artículo *Die Encyklopädie des Abraham bar Chiyya*.¹

B) El principio de la primera parte de la obra, en el que se estudian las ciencias siguientes : la Aritmética,

1. *Gesammelte Schriften*, vol. 1, pág. 389, y *Die Mathematik bei den Juden*, en *Bibliotheca Mathematica*, N. F., x (1896), págs. 34-35.

teórica y práctica, la Geometría, la Óptica y se inicia la Música. Se conserva en los manuscritos que citamos a continuación, que nos dan un texto bastante homogéneo: Manuscrito hebraico n.º 36, de la *Bayerische Staats-Bibliothek* de Munich, fols. 203 v.-209; Manuscrito hebraico n.º 1268, folios 118 ss., de la Biblioteca *Bodleiana* de Oxford; Manuscrito hebraico n.º 79, de la Biblioteca de Berlín, folios 121 r.-136 v. A estos manuscritos que hasta ahora conocíamos se puede añadir otro, descubierto por nosotros: el manuscrito hebraico n.º 400, fols. 66 r.-75 r., de la Biblioteca Apostólica Vaticana, cuyo texto coincide casi completamente con el manuscrito de Munich.¹

Por lo tanto, a base de estos fragmentos, la idea que podemos formarnos de esta obra ha de ser, necesariamente, incompleta; además, en los autores posteriores no hemos hallado referencias que nos ayudaran indirectamente a completar nuestro conocimiento. Y no acertamos a comprender cómo el prof. S. Gandz, en un erudito artículo,² ha podido decir que «this Encyclopaedia is not «almost completely lost» as Sarton³ thinks, but almost completely preserved», y que la obra, tal como se especifica en su introducción, sólo trata de las tres ciencias : Aritmética, Geometría y Música. S. Gandz debe haber sufrido un lapsus al confundir la introducción general de la obra, según se conserva en el manuscrito de Parma, con el principio del texto fragmentario, que reproducen los demás manuscritos anotados.

Todavía se presentan algunas dudas que conviene aclarar : ¿Fueron realmente redactadas todas las partes de la vasta *Enciclopedia* de nuestro autor, tal como se

1. Cf. mi artículo *Manuscripts hebraics d'origen català a la Biblioteca Vaticana*, en *Homenatge a A. Rubió i Lluch*, I, págs. 102 y sigs. Barcelona, 1936.

2. *The rule of three in arabic and hebrew sources*, en *Isis*, XXII (1934), página 221.

3. *Introduction of the History of the Science*, II, pág. 207.

anuncia en la Introducción? Esta duda, basada en la carencia de noticias acerca de estas partes, se hace más probable por el hecho de que nuestro autor anuncia, en otra de sus obras,¹ otras partes y ampliaciones que, al parecer, no llegó a redactar. Y como quiera que R. Abraham bar Hıyya escribió obras especiales sobre Astronomía, Ética y Exégesis bíblica, ciencias que, según dice la citada Introducción, se integraban en nuestra obra enciclopédica, se podría creer que aquellas obras especiales representasen partes de la Enciclopedia. Pero nos inclinamos a rechazar esta hipótesis,² sobre todo si tenemos en cuenta que en nuestra obra los temas científicos están estudiados de un modo muy sintético y general, mientras que en las demás obras citadas el tema o ciencia objeto de ellas se trata de una manera muy sistemática y didáctica, y con un evidente fin técnico o práctico.

Lo cierto es que el texto, tal como aparece en alguno de los manuscritos, parece indicar que la obra solamente constaba de las tres partes correspondientes a las tres ciencias : Aritmética, Geometría y Música; así, dice al principio (manuscritos de Munich y Roma) : «Esta obra se basa en las tres partes... (Aritmética, Geometría y Música)...». ¿Cómo explicaremos esto, que se contradice con lo afirmado en la Introducción? Steinschneider³ se inclina a creer que un copista fué quien modificó de este modo el texto, por disponer de una sola copia que contenía aquellas tres partes. Esta explicación no nos parece muy convincente, pues, ¿cómo se explica que no haya huellas de las otras partes de la obra, tan fundamental, de nuestro autor, cuando las demás obras suyas han dejado

1. En el prólogo de su obra צורת הארץ *Forma de la tierra*, ed. de Offenbach, págs. 2-7.

2. Cf. STEINSCHNEIDER, *Abraham Judaeus*, en *Gesammelte Schriften*, volumen I, pág. 339.

3. *Die Encyklopädie...*, *loc. cit.*, pág. 391.

una importante tradición en la cultura hebrea e incluso en la cristiana?

Y aun otra duda. Al principio de la Introducción, en el manuscrito de Parma, se dice que la obra fué traducida del árabe al hebreo, שנעתק מכתב ערביה ללשון הקדש, por R. Abraham b. Ḥiyya; además, en los manuscritos de Berlín y Oxford, nuestra obra está rotulada como *Colección del Libro acerca de los números, de Arquímedes*, y al principio del texto, en algún manuscrito, se dice que Abū Ishāq Azarquelu¹ tradujo la obra de Arquímedes del árabe al hebreo, resumiendo lo más esencial. Esto, que no es sino una absurda incongruencia de un copista,² reitera también el carácter de recensión, ya que no de traducción, de nuestra obra. Según veremos inmediatamente, en el estudio que vamos a hacer, la obra que nos ocupa tiene todos los síntomas de ser original de nuestro autor — obsérvense las alusiones a la Biblia y a los rabinos —, pero, eso sí, hecha a base de resúmenes de varias obras árabes, como el mismo autor confiesa al final de la Introducción.

En efecto, la primera «columna» de nuestra obra estudia la Aritmética, considerada primeramente en su aspecto de Aritmética pura o Teoría de los números, y luego como Aritmética práctica, ciencia del cálculo o Logística. En la primera parte, es decir, en la Teoría de los números, R. Abraham b. Ḥiyya sigue de cerca la *Introducción a la Aritmética* (Εἰσαγωγή ἀριθμητικῆ) de Nicómaco de Guerasa,³ según demostraremos mediante las notas que acompañarán a nuestra traducción. La obra

1. O sea, el célebre astrónomo toledano (de la segunda mitad del siglo XI) Azarquiel, al que hemos dedicado una obra *Estudios sobre Azarquiel*, Madrid-Granada, 1943-1950.

2. Cf. STEINSCHNEIDER, *Die hebräischen Übersetzungen*, pág. 594.

3. Cf., sobre este autor, SARTON, *Introduction*, I, pág. 253, y, sobre todo, el excelente estudio y traducción de su obra hecho por M. L. D'OOGHE, F. E. ROBBINS y L. CH. KARPINSKI, *Nicomachus of Gerasa, Introduction to*

de Nicómaco, el primer tratado en el cual la Aritmética se estudia como ciencia autónoma, y el mejor espécimen que haya acerca de la teoría de los números en la antigüedad clásica, ejerció considerable influencia en los latinos (Apuleyo, Boecio, y, a través de éste, en la Edad Media) y en los orientales : fué traducida al árabe por Ṭābit ibn Qurra, y parafraseada, en la España musulmana, por el obispo de Elvira, Abū Sulaymān b. Yaḥyà — probablemente de la segunda mitad del siglo x —.¹ R. Abraham b. Ḥiyya resume mucho la obra de Nicómaco, aunque, siguiendo la costumbre de su época, no la cita nunca; es interesante ver como la terminología aritmética hebraica creada por nuestro autor, al traducir el texto árabe, no concuerda con la terminología utilizada en la traducción hebraica posterior (1317), llevada a cabo por Kalónimos b. Kalónimos.²

En cuanto a la segunda parte de la Aritmética, o sea, la ciencia del Cálculo, es seguro que nuestro autor siguió un tratado árabe de cálculo, derivado muy probablemente de la obra aritmética — cuyo original se ha perdido — de Muḥammad b. Mūsà al-Jwārizmī,³ es decir, que esta parte de nuestra obra forma un pequeño tratado de *algoritmo*, expuesto, sin embargo, en una forma tan

Aritmetic., Nueva York, 1926. A esta traducción nos referimos en las citas que haremos de la obra de Nicómaco.

1. Cf. STEINSCHNEIDER, *Die hebr. Übers.*, pág. 517.
2. Cf. STEINSCHNEIDER, *Die Encyklopädie...*, *loc. cit.*, pág. 399.
3. A juzgar por la definición de algunas operaciones matemáticas que aparecen en sus obras, Bar Ḥiyya conoció el álgebra de al-Jwārizmī. Cf. la bibliografía que da SARTON, *Introduction*, I, pág. 563; STEINSCHNEIDER, *Die europ. Übersetz. aus dem Arab.*, pág. 31; L. CH. KARPINSKI, *Robert of Chester's latin translation of the Algebra of al-Khowarizmi*, pág. 15, n. 4, para la crítica de la edición del texto latino que hizo B. BONCOMPAGNI, *Trattati d'Aritmetica*, Roma, 1857, y los trabajos de S. GANDZ, *The terminology of multiplication in arabic and hebrew sources*, en *Hebrew Union College Annual*, VI (1929), págs. 263-276, y *The Sources of al-Khowarizmi's Algebra*, en *Osiris*, I (1936), págs. 263-277.

resumida, que es difícil hallar la correspondencia exacta con la fuente árabe. Después de una breve referencia a las cifras árabes y a los órdenes de unidades superiores, explica sobriamente las siguientes operaciones aritméticas: *Multiplicación* : החשבון מנין במנין; *división* : חלוק מנין על מנין;¹ *sustracción* : חסרון מנין במנין; *suma* : תוספת, de número enteros o fraccionarios; integración תשלום y conversión חזרה de fracciones. No habla de las fracciones sexagesimales ni de las potencias y raíces, según suele hacerse en los tratados de algoritmo de tradición árabe;² esto se explica por el carácter compendiado de nuestra obra.

Como complemento de esta parte de la ciencia del cálculo nos ofrece un capítulo titulado *Cálculo de compra y venta*, que corresponde a lo que podríamos llamar *Aritmética mercantil* de los árabes : معاملات o *Regulae mercatorum* de los autores latinos medievales,³ cuya tradición arranca de los antiguos egipcios (*Papiro Rhind*), y que, a través de los mercaderes arameos, debió llegar a los indios y a los árabes. Este capítulo suele figurar en todos los tratados de Aritmética o Álgebra de tradición árabe, desde el Álgebra de Muḥammad b. Mūsà al-Jwārizmī, probable fuente de nuestro autor, al *Liber Abbaci* de Leonardo Pisano,⁴ pasando por la Aritmética o ספר המספר, *Libro del número*, de R. Abraham ibn 'Ezra.⁵ Fiel a su pauta, nuestro autor expone este capítulo muy brevemente, pero con toda claridad.

1. Junto con la *división*, se trata de la *razón* קצב entre dos números.

2. Cf. la edición latina de la *Aritmética* de al-Jwārizmī anteriormente citada, la mayor parte de los tratados de algoritmos medievales, y el mencionado artículo de S. GANDZ, *The terminology of multiplication in arabic and hebrew sources*, en *H. U. C. A.*, VI (1929), pág. 261, n. 78.

3. Cf. SMITH, *History of Mathematics.*, II, pág. 488.

4. *Scritti di Leonardo Pisano*, vol. I, cap VIII. Roma, 1857-62.

5. Cf. Séfer ha-mispar. *Das Buch der Zahl, ein hebräisch-arithmetisches Werk des R. Abraham ibn Ezra (XII Jahrhundert)*, zum ersten Male herausgegeben ins Deutsche übersetzt und erläutert von Dr. M. Silberberg., capítulo VI. Frankfurt a. M., 1895.

La segunda «columna» está dedicada a la Geometría, que — dice el autor — se denomina en árabe *Handasa* (هندسة), y está subordinada a la Aritmética. Se divide en dos partes principales, la primera de las cuales trata de la definición de los conceptos que aparecen en dicha ciencia, mientras que la segunda parte es más práctica, orientada a la Óptica. Es probable que en la primera parte el autor haya seguido preferentemente, al enunciar los conceptos y propiedades de los elementos geométricos, dejando aparte la influencia de las ideas de Nicómaco de Guerasa, los *Elementos* de Euclides, por medio de las traducciones árabes que de dicho libro se hicieron.¹ En otra obra muy importante de nuestro autor, en su *Geometría*, se ve confirmada esta dependencia. También aquí es interesante ver que la terminología utilizada por nuestro autor es un reflejo de las fuentes originales y que, a veces, no fué aceptada por los traductores hebreos posteriores. El orden que el autor sigue — que no es precisamente el de Euclides — es muy didáctico : primeramente estudia el cuerpo, luego la superficie y finalmente la línea y el punto. A continuación analiza las clases de líneas, su disposición correlativa, los ángulos y sus clases, los tipos de superficies y sus propiedades, triángulos, cuadriláteros y demás polígonos, poliedros, esfera, óvalo, cilindro, cono y sus propiedades. Como remate de esta parte, el autor nos da una buena referencia bibliográfica de los varios autores — autores alejandrinos, con sus nombres alterados por influencia de la pronunciación árabe — que destacaron en el cultivo de las distintas ramas de la Geometría. Además de los *Elementos* de Euclides, cita las *Esféricas* de Teodosio y Menelao, *Sobre el movimiento de las esferas* de Autólico, las *Figuras cónicas* de Apolonio, las obras sobre el cilindro y la esfera de Arquímedes, Herón y otros autores de grafía menos segura.

1. Cf. STEINSCHNEIDER, *Die hebr. Übers.*, págs. 503 y sigs.

En esta segunda columna nuestro autor estudia una segunda parte : la Óptica, que puede considerarse bajo un punto de vista teórico, matemático y en su aspecto fisiopsicológico. Después de una disquisición acerca de si la luz va del ojo al objeto o bien del objeto al ojo, el autor, siguiendo a los geómetras — Euclides —, se muestra favorable a la primera de estas teorías, pero, eso sí, sin prejuicio por ninguna de ellas y fundándose únicamente en razones prácticas. Luego transcribe algunas de las primeras proposiciones de la *Óptica* de Euclides, que están interrumpidas por unas consideraciones psicológicas sobre el acto de la percepción visual, que desarrollará asimismo en otra de sus obras. Pero a partir de aquí, nuestro autor sigue muy de cerca, e incluso traduce literalmente, el capítulo de Óptica de la *Iḥṣā' al-'ulūm* de al-Fārābī,¹ que, sin duda alguna, fué muy tenida en cuenta por Bar Ḥiyya al planear y redactar la obra que nos ocupa.

A la Óptica sigue, en el manuscrito de Berlín, el epígrafe y primeras palabras del otro capítulo sobre la Música; en los otros dos manuscritos, de Munich y de la Vaticana, antes de este epígrafe del capítulo de la Música se intercala un apéndice o «corona» al capítulo de la Geometría, en el que el autor habla del origen bíblico de las ciencias y las artes, e insiste en las ideas exegéticas que expuso en la introducción.

La Introducción de la obra tiene un interés capital, porque nos muestra el fundamento exegético que el autor hace de su obra; en R. Abraham bar Ḥiyya el científico no borra u oscurece al biblista, sino que siempre muestra que la ciencia se apoya en el Texto bíblico, del cual recibe sus títulos. La finalidad científica ha de estar siempre subordinada a los fines transcendentales y supremos de la Religión revelada, de modo que las varias ciencias son los

1. Cf. la edición y traducción de A. GONZÁLEZ PALENCIA, Madrid, 1932.

fundamentos sobre que descansa el edificio o *torre* de la creencia : de ahí el título de la obra. La base del razonamiento de nuestro autor se halla en el pasaje de Jeremías ix, 22, donde se reprueba al hombre que se alaba por su ciencia, fortaleza o riqueza, pues solamente puede alabarse en la comprensión y el conocimiento de Yahvé. El autor ve en las tres primeras cualidades una referencia a las tres ciencias o tipos de ciencias : Matemáticas, Física y Política, mientras que en la comprensión y conocimiento de Yahvé cree que hay una alusión a la ciencia superior, la Metafísica y la ciencia de la Ley religiosa, a la que se subordinan las primeras. Vemos, pues, a base de la exégesis de nuestro autor — y lo constatamos también en otras obras suyas —, que es muy alertado en resolver las dificultades del Texto — nuestro pasaje es un ejemplo aleccionador —, conciliando la ciencia y la religión en beneficio de esta última. A pesar de que R. Abraham bar Hiyya era un gran científico, no era un intelectualista, y aun estaban lejanos los días en que se procedería a la inversa.

Al final de la Introducción se da la división de la obra en dos partes, y de la primera parte en los cuatro «fundamentos» o secciones correspondientes a las ciencias antes citadas. Cada «fundamento» se divide en «columnas», y éstas en capítulos. El autor da los nombres árabes de las ciencias estudiadas en el primer «fundamento». Del plan de la obra y del estudio de las partes que aun conservamos se deduce que la célebre obra *Iḥsā' al-'ulūm*, Catálogo de las ciencias, de al-Fārābī, presidió el plan e incluso la redacción de la nuestra. Con ello Bar Hiyya se adelanta a la larga serie de traductores y resumidores de la obra de al-Fārābī : Johannes Hispalensis, Dominicus Gundisalvus, Gerardo de Cremona, etc.¹

1. Sobre la tradición e influencia de la obra *Iḥsā' al-'ulūm*, de al-Fārābī entre los autores judíos medievales, cf. el artículo de H. A. WOLFSON, *The clas-*

En nuestra obra se utilizan otras fuentes, que amplían sus límites, según veremos más adelante. Finalmente, al acabar la Introducción, el autor declara el carácter sintético de la obra y dice que la escribió a base de obras arábicas y a instancias de los judíos de Francia, que no tenían ninguna obra hebrea que expusiera las ciencias naturales.

Considerando el gran interés de esta obra de R. Abraham bar Hiyya, que sólo nos ha llegado fragmentariamente, y de la que hasta el presente sólo teníamos las someras noticias que dió Steinschneider,¹ nos hemos decidido a editarla críticamente y a traducirla, anotándola. Para la edición hemos utilizado los manuscritos ya citados: el de Parma, 1170, único ejemplar que tenemos de la Introducción general de la obra; el de Munich, n.º 36 — con la sigla M —, que concuerda bien con el otro texto descubierto por nosotros, es decir, el 400 de la Vaticana — con la sigla V — y con el 79 de Berlín — sigla B —; nos hemos valido del quinto manuscrito, el 1168 de la Bodleiana, para comprobar algunos pasajes y referencias. En la edición hemos mantenido las grafías, a veces oscilantes y arcaicas, de los manuscritos, siguiendo las mismas pautas que habíamos adoptado en otras ediciones anteriores.² El lector se percatará del estilo claro del autor y de su terminología científica. En cuanto a la traducción, hemos procurado que fuera fiel y legible — lo que, a veces, es muy difícil —, y hemos añadido las notas explicativas, de identificación de fuentes y de pasajes paralelos, que hemos creído necesarias.

sification of Sciences in mediaeval jewish Philosophy, en *Hebrew Union College Annual, Jubilee Volume* (1925), págs. 263-315, en el que falta la referencia a B. Hiyya. Cf., además, su *Note on Maimonides' classification of the Sciences*, en *Jewish Quarterly Review*, N. S. XXVI (1936), págs. 369-377.

1. En su citado trabajo, *Die Encyklopädie des Abraham bar Chijja*. También dió una breve referencia H. SCHAPIRA, en su estudio del texto del *Mischnath ha-middoth*, contenido en el manuscrito 36 de la Biblioteca de Munich, publicado en *Abhandlungen zur Gesch. d. Math.*, III (1880), pág. 8.

2. Cf. *Tractat de l'assafea d'Azarquiel*, Barcelona, 1933.

TRADUCCIÓN DEL TEXTO HEBRAICO

Este es el *Libro de los fundamentos de la inteligencia y torre de la creencia*, que fué traducido del árabe al hebreo¹ por el primate, el sabio R. Abraham ben R. Hiyya (d. e. p.), el sefardí.

INTRODUCCIÓN

Está escrito : «Así dijo Yahvé : No se alabe el sabio por su sabiduría, ni el fuerte por su fortaleza, ni el rico por su riqueza; sino que en esto se puede alabar: en comprender y conocerme, pues Yo soy Yahvé, el que hace misericordia, rectitud y clemencia en la tierra, pues en estas cosas me complazco, dice Yahvé».² Y también está escrito : «El principio de la sabiduría es el temor de Yahvé, y la ciencia de los justos es inteligencia»,³ y también está escrito : «Y dijo al hombre : ciertamente el temor de Dios es sabiduría, y el huir del mal es inteligencia».⁴

Y uno podría preguntarse, acerca de estos pasajes

1. Cf., sobre el carácter de recensión de fuentes árabes que tiene esta obra, lo que antes hemos dicho.

2. Jeremías, IX, 22-23.

3. Proverbios, IX, 10.

4. Job, XXVIII, 28.

bíblicos, cómo uno de ellos dice que el sabio no ha de alabarse por su sabiduría, o sea que le disuade de alabarse a sí mismo, y después de esto dice el otro pasaje: «Sino que en esto se puede alabar : en comprender y conocerme», es decir, que permite al hombre alabarse por conocer a Dios, y es cosa cierta y de todos sabida que no hay sabiduría ni inteligencia si no es en el conocimiento de Dios y por ello quien posee el conocimiento de Dios es digno de ser llamado sabio, como se especifica en el segundo pasaje bíblico, que dice : «La ciencia de los justos es inteligencia». Y esto se explica porque la expresión del citado pasaje equivale a decir : «No se alabe el sabio por su sabiduría, sino alábase el hombre por la sabiduría». Y así se ve que los dos miembros de la frase bíblica exponen dos cosas contrarias una a la otra. Nosotros nos fijamos extensamente en esta cuestión, no porque sea difícil, sino porque se trata de la sabiduría, y le es muy conveniente al hombre ocuparse detenidamente en lo que a la sabiduría se refiere.

Y así comenzamos diciendo que la palabra *sabiduría* se usa en dos sentidos : primero, en el sentido de sabiduría sustancial, a la que se refiere el pasaje bíblico: «Y la sabiduría ¿dónde se halla?».¹ En este sentido la sabiduría es el conocimiento de todos los seres, en la evaluación de sus formas, en el contenido de sus naturalezas y en la verdad de sus existencias. Nos hemos visto obligados a añadir estas tres limitaciones a la definición de sabiduría, para dar en dicha definición tres grados o jerarquías de ciencias, y así, por medio de la expresión «la evaluación de sus formas», incluimos en esta definición la ciencia que estudia las formas de los seres, la disposición de sus cuerpos, como son la ciencia de los números y otras semejantes; y por medio de la otra expresión «el contenido de sus naturalezas» nos referimos a la ciencia

1. Job, XXVIII, 12.

que estudia los cuerpos de los seres y la disposición de sus naturalezas, como, por ejemplo, las ciencias que se refieren a la estructura de los cielos y de la tierra, y a las demás criaturas. Por fin, con la tercera expresión «la verdad de sus existencias», indicamos la ciencia que está sobre todas las ciencias, es decir, la ciencia de la Ley, dada a los que temen a Dios.

Y estas tres clases o jerarquías de ciencias se corresponden con los tres grados de verdad y certeza que podemos hallar en la ciencia, puesto que la ciencia que trata de los límites de los seres y de sus formas externas se ocupa de una materia que es fácil de comprender, sin que sea posible ninguna discrepancia, de modo que su verdad es firme, libre de toda duda. La ciencia que trata de la naturaleza de los seres y de sus formas internas es una ciencia que estudia cosas ocultas a los sentidos corporales, más bien difíciles de entender y sólo por vía de hipótesis, de modo que entre los que se dedican a esta ciencia hay grandes discrepancias, y el hombre tiene libertad para apoyarse en las afirmaciones de aquel sabio cuyas palabras le parezcan mejores a su inteligencia; obrando así no comete ningún daño ni pecado. Y así, según su propio criterio y comprensión, puede rectificar aquellos datos, aumentándolos o reduciéndolos, sin que por ello se desvíe de los caminos propios de dicha ciencia.

Mas la ciencia que trata de las cosas santas es una ciencia que procede del Espíritu de Santidad e investiga asuntos que son inasequibles a la razón humana, por ser imponderables y muy elevados. Al igual que el ojo humano no puede contemplar la luz del sol al mediodía porque la luz del sol es entonces más luminosa y fuerte que la luz del ojo humano, así también la certeza y la verdad en las cosas de la Ley son tan brillantes y maravillosas, que la inteligencia del hombre no puede llegar a ellas sino por medio de los Profetas, a quienes

Dios corroboró con el Espíritu de Santidad; y el hombre ha de aceptar sus palabras y no puede rectificarlas, aumentándolas o disminuyéndolas, y solamente puede guardarlas y aclararlas, pues si alguien añade o quita algo, peca y se hace culpable ante el cielo.

Así, pues, tenemos tres jerarquías de ciencias, y la definición que hemos dado de ciencia las abarca todas. Estas ciencias se denominan ciencias intelectivas o del intelecto.

La segunda acepción en que se toma en la lengua hebrea la palabra «sabiduría» es en el sentido de sabiduría práctica y artística, que el hombre mismo adquiere y aprende gracias a la inteligencia de su corazón, como reza el pasaje bíblico : «E hicieron todos los sabios de corazón»,¹ «y toda mujer sabia de corazón»,² con lo cual el Texto se refiere a los que hacen obras de carácter artístico o técnico. La definición de sabiduría, tomada en este sentido, es la facultad que posee el hombre para poder reproducir con sus manos todas las formas y figuras que se hallen en su imaginación;³ por eso se denomina ciencia del corazón y ciencia práctica.

El hombre adquiere estas dos ciencias merced a la facultad de su alma espiritual, pues Dios otorgó al hombre tres almas o bien una sola alma en la que había tres potencias, pues, sea como sea, es lo mismo para el asunto que ahora nos interesa. Los sabios paganos discrepan en esto, ya que unos dicen que el alma es una y tiene tres potencias, mientras que otros sostienen que hay tres almas; esta discrepancia no nos afecta ahora.⁴ Una

1. Éxodo, xxxvi, 8.

2. Éxodo, xxxv, 25.

3. Literalmente : *corazón*.

4. El autor habla acerca de esta cuestión en sus obras *Hegyon ha-néfeš*, página 11 (ed. Rapoport) y *Mēgil-lat ha-mēgal-lé* (ed. Guttmann), págs. 58 y 72. La posición de Bar Ḥiyya no es bien definida, y tiende a conciliar Platón (partidario de las tres almas) con Aristóteles (partidario de las tres

de estas tres almas es la facultad o potencia gracias a la cual el hombre nace, crece, se multiplica, come, bebe y se deleita con lo deleitable de este mundo; con esta facultad el hombre se asemeja a las plantas y a los vegetales, y por ello se denomina alma *vegetativa* y alma *concupiscible*.

La segunda de las tres almas corresponde a la facultad vital de la ira y de la pasión, de la fortaleza y la debilidad, el movimiento de un lugar a otro, y el hombre con esta facultad se asemeja a los animales, por lo cual se la llama alma *animal* e *irascible*.

Con la ayuda de la tercera alma el hombre puede distinguir entre el bien y el mal en todos los asuntos de este mundo, entre lo reprobable y lo recomendable en los actos humanos, puede establecer separación entre la verdad y el error en todas las materias que es posible conocer con la inteligencia, y distinguir lo justo de lo falso.

Gracias a estas cualidades el hombre se diferencia de los animales y las bestias y se asemeja a los ángeles y jerarquías del mundo superior. Esta alma se denomina alma *espiritual* y *reflexiva*, porque mediante ella el hombre piensa y habla. El sentido que aquí tiene la palabra *hogá*, «reflexiva», y la palabra *médabber*, «que habla»,¹ ni es el sonido que sale de la boca ni la articulación producida por la lengua, sino la reflexión del corazón y el lenguaje del alma; así, la primera palabra la hallamos usada en el texto bíblico en el sentido de concepciones y pensamientos que se hallan en el interior del corazón y de conceptos grabados y guardados en el alma, tal como la usa el Texto en muchos pasajes.

potencias). Cf. HOROWITZ, *Die Psychologie der jüd. Religionsphilosophen*, página 115, nota 17.

1. El autor explica la acepción en que está tomada la raíz hebrea, que puede tener muchos sentidos.

No traducimos una serie de ejemplos de pasajes bíblicos que manifiestan este sentido de la raíz.

Con las facultades de esta alma se completa la definición de hombre y se señala su límite, que da a conocer su naturaleza y declara las señales que lo distinguen de los animales. He aquí la definición de hombre : es el ser vivo, que habla y es mortal. El adjetivo *vivo* es el género remoto que comprende tanto al hombre como a los demás animales que no hablan. El adjetivo *que habla* es la nota que separa el hombre de los animales, bestias, aves y de todos los animales que no hablan, y, en cambio, le asimila a los ángeles. El adjetivo *mortal* sirve para separar entre el hombre y los ángeles y lo incorpora a todos los animales y demás seres vivos cuyo fin es la muerte; el adjetivo *que habla* (דיבר) se toma aquí en el sentido de habla del corazón y en el sentido de inteligencia, y gracias a esa cualidad el hombre se asemeja a los ángeles en su lenguaje, y por medio de ella puede hablar y entender; por ello, el hombre que no puede hablar con su boca, no por eso deja de llamarse hombre y de participar en su definición, puesto que comprende con el corazón. Y así la cualidad del *que habla* tanto puede referirse al momento presente como al futuro.

Asimismo, la cualidad de *mortal*, que entra en la definición, significa que el fin del hombre es la muerte, y así en el lenguaje bíblico hallamos esta palabra con los dos sentidos : en el sentido de un ser ya difunto que dejó este mundo y en el de estar próximo al trance de la muerte. En la definición se toma en el segundo sentido, o sea de que el fin del hombre es la muerte, ya que el difunto no entra en la definición de hombre, porque ni vive ni piensa, según dice el pasaje : «Los muertos no entienden nada».¹

El alma racional del hombre es la superior y la que gobierna las otras dos, y el hombre a quien esta alma dirige por el buen camino y en quien las cualidades

2. Eclesiastés, IX, 5.

propias del alma racional dominan las otras dos almas, es el hombre insigne y elogiado en todas sus obras. Pero cada una de estas tres almas tiene cualidades buenas y, por consiguiente, dignas de encomio, y cualidades perversas que son vituperables. Entre las cualidades que adornan el alma vegetativa están la equidad y la moderación, que el hombre se domine a sí mismo y se defiende de las pasiones perversas y del fraude en las adquisiciones;¹ en cambio, son cualidades perversas las contrarias a las anteriores, es decir, las que hacen que el hombre se incline ante los apetitos de este mundo. El hombre no puede dominar sus apetitos si no goza de cierto bienestar o riqueza con la cual pueda huir de las adquisiciones fraudulentas, ya que el pobre, hambriento y necesitado, a causa de su extremada miseria y pobreza, se ve obligado a tomar parte en todos los negocios que le lleguen a las manos, sean buenos o malos. O sea, vemos que entre las condiciones loables del alma vegetativa está el bienestar.

También el alma sensitiva tiene cualidades buenas y malas, siendo estas últimas fruto de que no se subordine ni siga al alma racional y, en cambio, sí se someta al alma vegetativa; y viceversa, sus buenas cualidades dependen de que acepte los consejos del alma racional y se imponga al alma vegetativa, superando su rudeza.

Todos los sabios comparan el alma vegetativa a un alocado animal que pretende únicamente devorar y destruir todo lo que tiene delante, y, por el contrario, comparan el alma sensitiva al freno puesto en la boca de aquel animal, es decir, que a no ser por la fuerza de este freno que le contiene y le frena sus apetitos el hombre no podría montar este alocado animal, ni podría ensi-

1. Estas cualidades buenas del alma vegetativa referentes al desarrollo normal de la persona, están relacionadas con las funciones que el autor señaló antes al alma vegetativa. (Cf. pág. 27).

lloarlo ni llevarlo donde quisiera; y al igual que el aguijón enseña a la vaca dóscola y huraña a ir por su camino, el alma sensitiva precisa fuerza y dominio, y que una de sus más loables cualidades sea la fortaleza.

El alma racional necesita dos clases de cualidades buenas para con una de ellas guiar las otras dos almas, avisarlas y amonestarlas en el servicio del cuerpo en todas las necesidades de este mundo, y para ordenar las fuerzas del cuerpo y las obras y prácticas de esta vida, y el precitado pasaje bíblico denomina esta cualidad «sabiduría»; la segunda categoría la forman las cualidades mediante las cuales el alma se organiza a sí misma y vigila con ellas todas las potencias anímicas del hombre y con las cuales adquiere el mérito de la vida futura. Gracias a esta clase de cualidades, el alma puede contemplar todas las cosas maravillosas y sublimes, y el citado texto bíblico denomina esta categoría «comprensión»;¹ o sea, que en el alma racional hay dos cualidades loables : sabiduría y comprensión. Por lo tanto, el Texto dice : «No se alabe el sabio por su sabiduría», lo que equivale a decir : no se alabe el hombre por las cualidades del alma racional por medio de las cuales gobierna las potencias del cuerpo; y el otro pasaje : «Ni el fuerte se alabe por su fortaleza», equivale a decir: no se alabe por la cualidad buena de su alma sensitiva; y el otro pasaje : «Ni se alabe el rico por su riqueza», equivale a «no se alabe por la cualidad buena de su alma vegetativa», ya que estas buenas cualidades pertenecen al cuerpo y se refieren a los asuntos de este mundo. Pero el hombre puede alabarse por la «comprensión», ya que es una cualidad de su alma racional mediante la cual el alma se gobierna a sí misma y vislumbra el mundo superior.

Pero ni siquiera podrá alabarse por esta última cua-

1. El citado texto bíblico utiliza el infinitivo : *comprender*.

lidad, a menos que esté unida al conocimiento de Dios, pues el hombre no podrá alcanzarlo si Dios no le ayuda, por mediación del Espíritu de Santidad, a captar las palabras de los Profetas que proceden del mismo Espíritu de Santidad; o sea, que toda sabiduría que esté al margen de ello, no es digna de elogio, y es tan sólo una adquisición humana; y el hombre que lo adquiere y no se ocupa de las cosas de la Ley ni se esfuerza en practicarlas, es como un ciego entre tinieblas, que vaga entre las viñas y no es capaz de hallar el camino que ha de llevarle a la ciudad. Pero, aquel que adquiere el temor de Dios y se aplica al estudio de la Ley y después se ocupa en las restantes ciencias, va por camino de derecha y conseguirá un buen fin. Esto es lo que dice el aludido texto bíblico: «El principio de la sabiduría es el temor de Yahvé», y quien teme a Dios y estudia la Ley ha de gloriarse de su suerte y alabar a su Creador; ha de saber que Dios se muestra misericordioso con el hombre y le da la inteligencia y la razón para comprender la sabiduría, pues el hombre no sería digno de ella si no fuera por merced de Dios que se la concedió; por ello dice el citado pasaje: «(No se alabe) por su sabiduría», y de este modo, mediante el adjetivo posesivo, determina la palabra sabiduría para que el hombre no diga: la sabiduría que poseo es mía, la he logrado con mi inteligencia; antes bien, el hombre ha de alabar y dar las gracias a Dios, «hacedor de misericordia»,¹ que por su gran benevolencia le otorgó el don de sabiduría.

Tampoco ha de alabarse por su fortaleza ni ha de atribuírsela a sí mismo, sino que ha de agradecer a su Creador, que le confirmó con fortaleza para que tenga fuerza para obrar con rectitud y justicia. Tampoco se alabará por su riqueza, para no decir: es mía, yo la he adquirido con mi sabiduría, sino que dará las gracias a

1. Véase el pasaje bíblico inicial, Jeremías, IX, 22-23.

su Creador, «que obró con él clemencia»¹ y le dió la riqueza, puesto que el rico no concede su protección al pobre si no es por la protección y las mercedes que antes le otorgó Dios. Ésta es la explicación del mencionado pasaje : «hacedor de misericordia, rectitud y clemencia» y, por consiguiente, el hombre ha de alabar a su Creador por las cualidades que le ha concedido; si la cualidad es buena por la misericordia que Dios le ha otorgado, y si no es buena, ha de reconocer, a pesar de todo, su justicia, y ha de aceptar el hecho con resignación y ha de bendecir a Dios en todas las cosas, puesto que todas las cosas existen por justicia y por misericordia, según está escrito : «Yahvé dió, Yahvé tomó»;² al igual que dió con justicia, también tomó con justicia, de modo que el hombre siempre ha de alabar y bendecir a Dios alto, fuerte y temible, tal como está escrito : «Bendito sea el nombre de Yahvé».³ Y así, el hombre hará la voluntad de Dios según dice el resto del citado pasaje: «Pues en estas cosas me complazco, dice Yahvé». El que así obra, cumplirá la voluntad y los designios de Dios.

Y ésta es la buena interpretación del pasaje bíblico con el cual abrimos el Libro, interpretación según el sentido externo de las palabras sin querer profundizar maliciosamente. Quien analice detenidamente esta cuestión,⁴ podrá objetar que con esta interpretación se pone al sabio por encima del fuerte, pues la sabiduría es una cualidad loable del alma espiritual, mientras que la fortaleza lo es del alma sensitiva, y la riqueza de la vegetativa; de modo que si el sabio no puede gloriarse por la cualidad loable de su alma espiritual, menos aun podrá

1. Véase el pasaje bíblico inicial, Jeremías, IX, 22-23.

2. Job, I, 21.

3. Job, I, 21.

4. El autor da una segunda explicación, literal, más sencilla que la anterior y carente de sus dificultades.

לפ

ויהי ערב ויהי בקר והיה יום ראשון
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שני
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שלישי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום רביעי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום חמישי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שישי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שבת
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום ראשון
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שני
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שלישי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום רביעי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום חמישי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שישי
 והיה ערב ויהי בקר והיה יום שבת

א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב	יג	יד	טו	טז	יז	יח	יט	כ	כא	כב	כג	כד	כה	כו	כז	כח	כט	ל

Ms. hebraico n.º 79 de la Biblioteca de Berlín, fol. 124 r.

alabarse por la cualidad loable de su alma sensitiva y mucho menos por la del alma vegetativa y concupiscible, lo cual no se compagina con el lenguaje de los textos bíblicos, sino al contrario, ya que el fuerte ha de exceder o superar al sabio, y el rico al fuerte, y esto explica que todos se vieran obligados a interpretar que, partiendo de la imposibilidad de alabar del sabio, no se puede enseñar la de la alabanza del fuerte, ni de la de éste pasar a la del rico, que está por encima de él; y entonces, sería cosa vituperable que el hombre se alabase por una cualidad que le asemeja a los animales y a las plantas de la tierra, porque la fortaleza reside en el león y en el tigre en mayor cualidad que en el hombre, y el atesorar se da también en las hormigas y las abejas, y la técnica artística en las arañas, los gusanos, en muchos pájaros y animales, de modo que al texto bíblico no le era necesario prevenir al hombre acerca de esto, puesto que el hombre no es tan estúpido para gloriarse por tales cualidades. El texto bíblico precave al hombre para que no se alabe por las cualidades de su alma espiritual, tomando la fortaleza, la sabiduría y la riqueza como cualidades de esta alma, de modo que la fortaleza sobrepasa a la sabiduría, y la riqueza a la fortaleza; las tres palabras se aplican como sinónimas refiriéndose a la cualidad loable del alma espiritual, indicando, sin embargo, diversos grados.

Al principio, el hombre adquiere la sabiduría, y cuando se crece en adquirirla, se llama *fuerte*, y cuando rebasa este segundo grado se llama *rico*, y quien llega a lo más hondo de la sabiduría es llamado el *comprensivo* o el *inteligente*,¹ y la corona situada en lo alto de todas estas ciencias, la torre edificada sobre ellas, es el conocimiento de Dios, y el hombre sólo puede alabarse por él, según dice el ya citado pasaje : «Sino que por esto el

1. Véase cómo el autor sigue la terminología del pasaje bíblico Jeremías, IX, 22-23, base de esta Introducción.

hombre se alabará». Igualmente leemos en el texto bíblico que la cualidad de la fortaleza sobrepasa la de la sabiduría, puesto que Daniel, según está escrito, alaba así a Dios : «Porque de Él es la sabiduría y la fortaleza»,¹ y también está escrito : «Confieso y alabo ante Dios, pues me diste comprensión y fortaleza»,² y está escrito : «De mí procede el consejo y la sabiduría. Yo soy ciencia y fortaleza»;³ de estos pasajes se deduce que la palabra *fortaleza* se aplica en el sentido de sabiduría superabundante, y asimismo veremos que la palabra *riqueza* se usa significando sabiduría, según está escrito : «Riqueza y honor son conmigo, vigor y justicia»,⁴ «Largura de días a la derecha, y a la izquierda riqueza y honor». ⁵ Dado que el citado texto bíblico habla del hombre rico después del fuerte, se deduce que la riqueza en la sabiduría es la cosa más noble que el rico puede tener.

No es preciso que aduzcamos pruebas acerca de la locución bíblica del citado pasaje : «(En esto el hombre se alabará) en *comprender* (que Yo soy Yahvé)», pues es cosa evidente, y de todos sabida, que la *comprensión* (*el intelecto*)⁶ es el fundamento de todas las ciencias, que él vigila, y de ellas viene a ser la jerarquía suprema.

Hemos visto que las ciencias cultivadas por los sabios de este mundo se apoyan en cuatro fundamentos, que corresponden a los cuatro nombres utilizados por el texto

1. Daniel, II, 20.

2. Daniel, II, 23. El texto que da el autor es algo distinto al de nuestras Biblias.

3. Proverbios, VIII, 14.

4. Proverbios, VIII, 18.

5. Proverbios, III, 16.

6. El autor parece que lee el citado texto bíblico interpretando como sustantivo : *el intelecto*, lo que es un infinitivo : *comprender*, y en nuestro pasaje parece relacionar este *intelecto* con el intelecto superior o activo de los autores neoplatónicos.

bíblico en el pasaje que inicia la presente obra, y la creencia en Yahvé y el estudio de su santa Ley, cosas cuya alabanza autoriza el citado texto, confirman estos fundamentos que se corresponden con los cuatro ángulos de la ciencia y viene a ser la torre edificada sobre ellos.¹ Y puesto que el texto prohíbe alabarse por estas cualidades, deducimos, empero, que permite estudiarlas y ocuparse en ellas, por lo cual me propongo en esta obra estudiar las cuestiones y temas de dichas ciencias brevemente, conforme a la mezquindad de mi pensamiento y a la pobreza de mi inteligencia.

Divido esta obra en dos tratados:

En el primer tratado se explican los *fundamentos de la inteligencia*, a los cuales alude el ya citado texto bíblico, desde su principio hasta «en comprender y conocerme».

En el segundo investigaremos acerca de la *torre (de la creencia)*, objeto de la interpretación del resto del pasaje, desde «que Yo soy Yahvé» hasta el final.

El primer tratado se divide en cuatro partes y cada parte se denomina *fundamento*, por corresponderse con los fundamentos de la ciencia. El primer *fundamento* es la ciencia de la *enseñanza* חכמת המוסר o ciencia de lo *discursivo* חכמת המדבר,² y a él alude el texto bíblico con la palabra «*sabiduría*» חכמה. Este *fundamento* tiene cinco *columnas*: la primera de ellas trata de la ciencia del número, llamada, en lengua árabe 'ilm al-'adad,³ la

1. El autor hace la ecuación entre sabiduría, fortaleza y riqueza — cualidades graduadas del alma racional — y el intelecto (literalmente: *comprender*) — última categoría o grado de la misma —, tal como están expresadas en el texto bíblico que abre el Prólogo, con las cuatro ciencias fundamentales — fundamentos de la inteligencia — que va a estudiar; sobre ellas descansa la torre de la creencia o de la fe en la Ley de Yahvé.

2. Nos apartamos del sentido que da a este pasaje J. KLATZKIN, *The-saurus philosophicus*, vol. II, pág. 146.

3. علم العدد.

segunda estudia la ciencia de la medida, en lengua árabe *al-handasa*;¹ la tercera, la ciencia de la música, en árabe *'ilm al-ta'rif*;² la cuarta trata de los astros, en árabe *'ilm al-nuṣūm*,³ y la quinta, de la ciencia de la lógica, en árabe *al-mantiq*.⁴ Cada una de estas columnas se divide en capítulos, que se citarán al principio de cada columna.

El segundo *fundamento* trata de la ciencia física *הכמות היצריות*, que estudia todos los seres y profundiza en el contenido de sus naturalezas y en el camino de su formación; el texto bíblico la denomina «fortaleza», y se divide en ocho *columnas*. La primera trata de los principios de los seres, y es el principio y base de esta ciencia; la segunda estudia los cuerpos simples, que son invariables en el cielo y en los mismos astros; la tercera expone los cambios de la generación y corrupción, que tienen lugar bajo los cielos; la cuarta, los elementos de la creación y cuestiones afines. La *columna* quinta estudia los cuerpos mudables cuyo interior es igual a su exterior, como, por ejemplo, la plata, el oro y semejantes; la sexta, las plantas de la tierra; la séptima, los animales, y la octava trata del cuerpo y del alma humanos. Todas estas *columnas* se dividen en capítulos.⁵

El tercer *fundamento* trata de la ciencia humana y de la ciencia política, a la que se alude en el citado pasaje bíblico con la palabra «riqueza», y consta de tres *columnas*: la primera estudia las relaciones del hombre con sí mismo; la segunda trata de las relaciones del

1. الهندسة.

2. علم لتاليف.

3. علم النجوم.

4. المنطق. En el manuscrito hebreo está transcrita equivocadamente.

5. La división seguida por Bar Ḥiyya es parecida, pero no igual, a la que dan los *Iḥwān al-Ṣafā* (cf. DIETERICI: *Die Naturanschauung und Naturphilosophie der Araber in X Jahrhundert*, Leipzig, 1876) y al-Fārābī, en su *Iḥsā' al-'ulūm*, edición y traducción González Palencia, Madrid, 1932.

hombre con su familia y sus servidores, y la tercera, de la política del rey y de los príncipes.

El cuarto *fundamento* explica la ciencia divina, que los sabios paganos denominan ciencia de las ciencias, y tiene dos *columnas*: la primera trata de todas las cuestiones previas para las ciencias anteriores, cuestiones aceptadas por vía de tradición, y que nuestra ciencia demuestra oportunamente. La segunda *columna* estudia la unidad de Dios y la luz resplandeciente y todos los seres incorpóreos que no necesitan ninguna clase de cuerpo, como las milicias del mundo superior.¹ El texto bíblico aplica a esta ciencia las dos palabras ya vistas,² para hacernos saber que para estudiar las ciencias anteriores no es preciso haber estudiado la Ley, pero que esta ciencia no puede comprenderse bien sino por medio de la Ley y de los Libros santos.

He aquí el número de los fundamentos de la inteligencia — el primer tratado — con sus *columnas*; y dejo la exposición de las partes del segundo tratado hasta que lleguemos a él, con la ayuda de Dios. Mis maestros, los que se fijan en estas palabras, no me increpen ni me consideren mal, como a aquel que se coloca en un lugar estrecho y angosto y se esfuerza en salir, pues yo les expondré el secreto del asunto. No he entrado en esta materia por mi propia voluntad ni para conseguir gloria, sino que muchos personajes ilustres de mi generación, cuyo consejo estoy obligado a seguir, me han instado a ello, porque no hay en toda la tierra de Şarfat³ ningún libro en hebreo que trate de estas ciencias, y por ello lo he traducido de los libros árabes, a medida de mis posibilidades, según está escrito: «Cada uno según

1. Relacionado con la división de la Metafísica hecha por al-Fārābī, *op. cit.*, pág. 63.

2. Las expresiones: *comprender y conocerme*.

3. Francia del centro o del norte.

la dádiva de su porción, conforme a la bendición que Yahvé tu Dios te dió».¹

Cada hombre está obligado a enseñar su doctrina según su mayor o menor capacidad, y ha de guiar su corazón con una intención divina : por lo cual ruego a todos los lectores de esta obra que me juzguen bondadosamente, según está escrito : «Con benevolencia juzgarás a tu prójimo»,² y que corrijan benévolamente todos los errores que pueda haber en mis palabras, de forma o de fondo, para que Dios les sea propicio y se lo pague doblado. Asimismo, ruego a mi Dios que me auxilie y me libre de pecado y me conceda su gracia y la de sus santos, pues todo está en su mano y no hay otro Dios sino Él!

1. Deuteronomio, XVI, 17.

2. Levítico, XIX, 15.

TRATADO PRIMERO

PRIMERA COLUMNA

Este tratado — en rigor : *fundamento* — se fundamenta en tres *columnas* : la primera *columna* trata de la ciencia del número, que en griego se llama Aritmética. La segunda, trata de la ciencia de la medida, en griego llamada Geometría. La tercera, trata de la ciencia de la melodía, llamada en griego Música.¹

La primera columna explica la ciencia del número, que en griego se llama Aritmética. Los sabios de todo el mundo la estudian antes que a las restantes ciencias, puesto que las ciencias humanas se apoyan, en principio, en ella, de manera que no se encontrará a nadie que la desconozca por completo; no es necesario conocer ninguna otra ciencia para entenderla, pues es patente y está próxima al corazón.² Se divide en dos partes : la primera trata del número bajo el aspecto en que se presenta al conocimiento y es representado por los sabios, sin considerar las cosas contadas y cómo figura en los conjuntos de seres. A esta parte la llamamos específicamente *Ciencia del número*.³ La segunda parte estudia el número como cosa que se encuentra en todos los seres

1. Cf. lo que dijimos en el Prólogo, pág. 13.

2. Cf. NICÓMACO, *Introducción aritmética*, libro I, caps. 3-5.

3. Esta parte representa la Aritmética pura, que trata de la teoría del número. Cf. NESSELMANN, *Geschichte der Algebra*, pág. 40.

naturales y como modo de cómputo, de tal manera, que el hombre puede contar sus bienes y riquezas; por ello se llama a esta parte *Ciencia del cálculo*.¹ Empezaremos a explicar estas dos partes.

Parte primera

Sabe que el número de referencia es el resultado de la unión de varias unidades;² el sentido de la unidad, aquí, es el concepto que se encuentra en un objeto dado, en la cosa una, por medio del cual ésta se llama unidad, y la unidad es lo que constituye la forma de la cosa una, individual, e integra su disposición; ya que estudiamos aquí el número tal como se presenta al espíritu, tomaremos para su definición el concepto de unidad, puesto que se forma en el espíritu, y prescindiremos del de individuo que le es externo.

Dado que la definición de número es la pluralidad, resultado de varias unidades o individuos, se desprende que esta unidad o individuo no es un número, sino que pertenece a éste y es su raíz; sirve para contar los números, pero no es un número.³ Es semejante a lo que ocurre con las letras *alef*, *bet* del alefato hebreo: son las raíces de la lengua hebrea, y con ellas se construye por completo; pero a pesar de que pertenezcan a la lengua, no son lengua, pues por sí no expresan ningún concepto, si bien éstos las necesitan. Igualmente la unidad pertenece a los números, a pesar de no serlo.⁴

La nota característica que explica al número es que

1. O sea que es la parte práctica, que se corresponde con la antigua «Logística».

2. Cf. la definición dada por Nicómaco, *op. cit.*, libro I, cap. 7.

3. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, II, cap. 8.

4. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, cap. 1.

todo número es el término medio de dos lados : el superior y el inferior, y también de los lados de sus lados, etcétera. Se comprenderá esto poniendo por ejemplo el número 10 : el lado superior es 11, el inferior 9, de modo que 10 es la semisuma de aquellos dos lados.¹ Idénticamente es la mitad [de la suma de] los lados de sus dos lados, o sea, de 12 y 8, etc., hasta llegar al último límite. Así tenemos que todo número es la mitad [de la suma de] sus dos lados. La unidad, como no es número, carece de los dos lados, pero, como es simple e indivisible, es la mitad de su único lado : 2. No es la mitad de ninguna otra cosa ni es más que una relación.

División del número

El número se divide en dos grupos principales: *pares* e *impares*. Es par el número divisible por 2, e impar el que no lo es.² Una de las propiedades del número par es que las dos partes en que se divide son iguales y semejantes : si una es par, la otra también lo será; si es impar, también lo será la segunda parte. Por el contrario : en el número impar sus dos partes no son iguales ni semejantes; si una es par, la otra es impar; una parte supera a la otra en una unidad. Así ocurre con 9, dividido en 5 y 4.

El número par se divide en otras dos categorías: *par de par* y *par de impar*. Entre estas dos categorías cabe una tercera : *par de par de impar*.³ El número par de par, v. g., 4, 8, 16, resulta de duplicar un número par una o más veces. El número par de impar, v. g., 6, 14, 18, resulta de duplicar una sola vez un número

1. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, cap. 8.

2. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, cap. 7.

3. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, cap. 8.

impar. El número par de par de impar, v. g., 12, 24, 36, resulta de duplicar dos veces un número impar.

Una propiedad del número par de par es que si se divide por 2, ambas partes serán pares, y lo mismo ocurrirá si dividimos por 2 cada una de las partes resultantes, y así sucesivamente, hasta llegar al primer número par : 2. Por ejemplo, 16, dividido sucesivamente por 2, nos da 8, 4 y 2.

Es propiedad del número par de impar que, dividido por 2 una sola vez, nos da números impares : v. g., 14, 58. Es propiedad del número par de par de impar que, dividiéndole sucesivamente por 2, no llegaremos al primer número par : 2; v. g., 12, el cual nos da 6 y 3. Así, pues, esta última categoría del número se parece, en parte, a la primera, y, en parte, a la segunda, puesto que la división por 2 da en primer lugar números pares y más adelante números impares.¹

Se llama a un número par de par, porque sólo es divisible por números pares un número par de veces; se llama par de impar, porque el número par lo divide un número impar de veces, mientras que el impar lo divide un número par de veces; se llama a un número par de par de impar, porque entre los números pares que lo dividen,² unos lo hacen un número par de veces, y otros, un número impar.

Divisiones del número impar. Los números impares se dividen en dos clases : impar primero e impar segundo.² Impar primero es el número impar que sólo es divisible por la unidad, v. g., 3, 5, 7, 11, etc. Impar segundo es aquel que sólo es divisible por otro número impar y

1. Cf. la consideración de cuestiones análogas, con base explicativa geométrica, en la obra de Muḥammad ben Aḥmad ben Muḥammad ibn al-Layt (muerto en Sorió, Valencia, el año 1063), estudiada por nosotros en nuestro *Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la Catalunya medieval*, I, páginas 50-51.

2. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, cap. 12.

precisamente un número impar de veces : 9, 15, 21, etc., ya que 9 sólo es divisible por 3 y sólo 3 veces; 5 divide a 15, 3 veces; 7 a 21, 3 veces; 3 divide a 15, 5 veces, y a 21, 7 veces. Estos números se llaman : impar de impar, porque todo impar divisor suyo le divide un número impar de veces.

Hay una tercera clase de impares : aquellos que son impares de segunda clase respecto a sí mismo e impares de primera clase respecto a otros números, de tal manera, que esta última clase conviene a dos números impares relacionados mutuamente, v. g., 9 y 25; ambos son impares de segunda clase, pues uno es divisible por 3 y otro por 5, distinguiéndose estos dos números en que no tienen un divisor común, como ocurría con 15 y 21, que eran divisibles por 3. En el orden de los números pares, el 2 es el primero, origen de los números, y no tiene más divisor que la unidad; se le llama *primero en orden*, por dos propiedades : porque no tiene más divisor que la unidad y por ser el principio de los números.

División del número atendiendo a otra consideración

De otra manera el número se divide en tres clases: *perfecto, excedente y deficiente*.¹ Número perfecto es aquel que es resultado de la suma de sus divisores, v. g., 6, cuyas partes divisoras son : la sexta parte = 1; la tercera parte = 2; la mitad = 3; son las únicas posibles, y sumadas dan 6. Lo mismo ocurre con el número 28.

Número excedente es aquel que, sumados sus divisores, dan un número superior a él mismo, v. g., 12 : la dozava parte es 1; la sexta, 2; la tercera, 4; la cuarta, 3, y la mitad, 6. Su suma es 16, y este número es mayor que 12.

1. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, caps. 16, 15, 14; Euclides, VII, 22 y sigs.

Número deficiente es aquel que, sumados sus divisores, dan un número inferior, v. g., 14: la catorceava parte es 1; la séptima es 2, y la mitad 7. Su suma es 10, y este número es menor que 14.

Los sabios compararon el número perfecto al hombre cabal y completo; el número excedente, al que tiene miembros sobrantes, como ocurre con quien tiene seis dedos en las manos o en los pies; el número deficiente lo compararon con el hombre al que le falta algún miembro, como ocurre con quien tiene cuatro dedos en las manos o en los pies.¹

Así como los números excedentes y deficientes son frecuentes en las distintas clases de números, el número perfecto es raro y escaso, puesto que sólo hay uno en las unidades y en las decenas y otro en las centenas. Hay categorías en las que no se encuentra un número perfecto. De la misma manera, se encuentran muchos hombres que pasan de la medida y otros que no la alcanzan, y sólo se encuentra un hombre perfecto en la proporción de uno por mil. De idéntico modo es poco frecuente el número perfecto y sólo se encuentra en una clase del número par, conforme se explica en los libros de esta ciencia, en aquella materia en la que nuestra obra no ha de entrar.

División del número en razón de su correlación

Se divide en *mayor* y *menor*. Este último se llama *parte* respecto del mayor, si lo divide exactamente; se llama *fracción* si no lo divide exactamente y queda un resto que es indivisible.² Así, el número 3 es parte de 12, pues lo divide cuatro veces completas, y es fracción

1. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, caps. 14, 15, 16.

2. Cf. Nicómaco, *op. cit.*, I, cap. 17.

respecto a 8, pues no lo divide exactamente y queda 2 de resto.

El número mayor se llama *múltiplo* del menor, si éste lo divide exactamente, y si no, el mayor se llama *excedente*. Dos números que tienen un común divisor se llaman *convenientes*, v. g., 15 y 25, pues tienen por común divisor a 5, que divide al primero tres veces y al segundo cinco. Los números que no tienen otro común divisor que la unidad, se llaman *extraños* — o sea, primos — el uno respecto al otro, v. g., 8 y 15 y sus semejantes.

Todo número que se compara con otro puede ser igual a este último, y la relación se llama *recta* o *igual*, v. g., relación de 10 con 10, 100 con 100. Esta proporción sólo admite una manera.¹ Pero puede darse el caso de que se compare un número con otro superior o inferior: a esta relación se la llama *diferente*, y admite tantas modificaciones según sea el aumento o disminución, a pesar de ser cinco las fundamentales y derivar de ellas las restantes.² Estas cinco pueden considerarse bajo dos aspectos: el primero corresponde a los números extraños y comprende dos relaciones básicas de las cinco: una ocurre cuando se relaciona un número con otro que le supera o le es menor en dos o tres partes, no habiendo entre ellos ninguna parte que los divida, v. g., 5 respecto de 7;³ entre ambos hay una diferencia de 2, que es dos partes de cada uno, dos quintos de 5 y dos séptimos de 7. La otra relación básica ocurre cuando un número divide a un múltiplo suyo, aunque queden dos o tres partes, v. g., 5 respecto 12, el cual es

1. Cf. Nicómaco, I, cap. 17.

2. Cf. Nicómaco, I, cap. 17, a pesar de que nuestro autor no le sigue exactamente.

3. Esta relación y la siguiente se corresponden con las *superpartiens* ἐπιμερής de Nicómaco, I, cap. 20.

su doble más dos quintos. Igualmente ocurriría si, en vez de ser el doble, fuese el triple y las partes fuesen más o menos. Esta última relación se utiliza raramente en las ciencias.

El segundo aspecto de estas relaciones ocurre entre los números convenientes, y tiene tres relaciones básicas. La primera es la que existe entre dos números, uno de los cuales es superior o inferior en una parte respecto al otro, v. g., 6 respecto de 8 ó 9;¹ la segunda es aquella en la que el mayor es el doble respecto del menor, v. g., 6 con relación a 12;² la tercera es la compuesta por las dos anteriores, o sea, la relación que existe entre un número y otro, que es su doble más una parte, v. g., 6 respecto de 15, que es su doble más su mitad.³

Si repetimos la primera⁴ entre tres números, puede suceder que encontremos la segunda entre ellas, verbi-gracia, los números 6, 8, 12: comparando 6 y 8, veremos que 8 es superior en un tercio a 6; si comparamos 8 y 12, veremos que 12 supera a 8 en su mitad; si comparamos 6 y 12, veremos que éste es el doble de aquél. Lo mismo ocurre si comparamos el superior con el inferior. Así, 12 respecto de 8, y 8 respecto de 6, y finalmente, 12 respecto de 6: encontraremos la misma relación anterior, con la diferencia de que comparando el inferior con el superior, la relación aumentaba, mientras que al comparar el mayor con el menor, disminuye.

De estas relaciones dedujeron los matemáticos que el conjunto de los seres había sido creado siguiendo este orden maravilloso, pues se encuentra que todos los aspectos de los seres creados se relacionan, en sus pro-

1. Es la relación *superparticular* ἐπιμόρεος de Nicómaco, I, cap. 19.

2. Es la relación de *múltiplo*.

3. O sea, la relación de *múltiplo superpartiens* ἐπιμερής de Nicómaco, I, capítulo 23.

4. De las tres vistas anteriormente.

porciones, según esta base, por lo que esta relación es muy elogiada por los sabios y es la puerta de la ciencia de la música; sobre ella reposan todos los fundamentos que se verán en la tercera *columna* de este tratado, con la ayuda de Dios.

Clasificación del número con relación a sus partes

Todo número que tiene una parte o divisor,¹ éste le divide un número de veces igual a sí mismo o bien a una de las partes de aquél. En el primer caso, el número se llama *cuadrado*, porque uno de sus lados es igual al otro, de tal modo, que multiplicando por sí mismo el lado obtendremos el cuadrado, v. g., 4, 9, 16, etc. En el segundo caso, el número se llama *plano*, y tiene también dos lados, v. g., 15, uno de cuyos lados es 3 y el otro 5. Multiplicando un lado por otro, obtendremos un número continuo o plano. Todo número que únicamente es divisible por 1 se llama *largo*, puesto que él forma su mismo lado, mientras que el otro sería la unidad, la que no es número. El número cuadrado se parece a la superficie cuadrada de los cuerpos, y el número plano recuerda la superficie que no es cuadrada, sino rectangular, en la cual la longitud excede a la anchura. El número largo recuerda a la línea, en la que únicamente hay longitud. Todo esto se explicará en la ciencia de la Geometría.²

Todos los números cuadrados se forman por el orden siguiente : se suma la unidad, que es el primer cuadrado, con el número impar siguiente : así, sumando 1 a 3, que es el primer número impar, se obtiene 4, que es el segundo cuadrado, cuyo lado es 2. Si a este segundo

1. Cf. la definición dada anteriormente.

2. El autor sigue resumidamente el libro II de Nicómaco.

cuadrado sumamos el impar 5, obtendremos 9, que es el tercer cuadrado, cuyo lado es 3; si a este tercer cuadrado le sumamos el tercer número impar, 7, obtendremos el cuadrado siguiente : 16, y así indefinidamente.¹ Sumaremos siempre, pues, el cuadrado al número impar correlativo, y obtendremos el cuadrado siguiente. Así encontraremos las cinco clases de relaciones del número, subsiguientes a la relación recta y que vuelven a ella, si descubrimos su dependencia, como ocurre con los números impares que relacionan a los cuadrados.

He trazado una figura en que se verán las seis relaciones. En ella, tanto las relaciones *diferentes* como la *recta* están expuestas por tres números, con el fin de que la cosa sea evidente. Si queremos resolver una relación *diferente* en la *recta*, restaremos el primer número del segundo, sumaremos este resto con el número segundo y restaremos la suma respecto del número tercero, y obtendremos otro número, que será² el de la relación buscada. Así, la relación de la mitad, que es la tercera de la figura, cuyos números son 4, 6, 9: si restamos 4 de 6, quedarán 2, y si restamos 2 más 6 de 9, quedará 1; así obtendremos los números 1, 2, 4, que son los de la relación *doble* de esta figura; si restamos 1 de 2, y después 1 más 2 respecto de 4, habremos obtenido cada vez 1, o sea que estaremos en la relación *recta*.³

1. Cf. Nicómaco, lib. II, cap. 9.

2. Aquí los manuscritos son muy parcos y no explican íntegramente el proceso de la operación, como se verá en el ejemplo.

3. Cf. Nicómaco, lib. II, caps. 21 y sigs.

TABLA DE LAS SEIS RELACIONES

1. Relación recta.....	1	1	1
2. Relación doble.....	1	2	4
3. Relación de mitad.....	4	6	9
4. Relación de doble y mitad....	4	10	21
5. Relación de dos tercios.....	9	15	25
6. Relación de doble y dos tercios.	9	24	64

Los sabios deducen de aquí una enseñanza para el hombre : si éste se domina a sí mismo y sujeta su naturaleza, en lo que se refiere a las pasiones del mundo, una vez, la vez siguiente le será más fácil, hasta llegar al límite de la perfección y de la virtud. Así, pues, los autores de esta ciencia tienen argumentos hermosos y eficaces para educar el alma, y en la disposición de los cuadrados tienen un magnífico apoyo para exaltar la unidad, que es la base del número y la raíz y secreto de todas las criaturas del mundo.¹ Sea el Nombre Único y Verdadero — que es indefinible y es la causa de la existencia, mientras que Él existe sin causa — alabado eternamente.

1. Sobre esta simbología mística de la teoría de los números, cf. STEIN-SCHNEIDER, *Gesammelte Schriften*, I, pág. 394.

Parte segunda: Sobre la ciencia del cálculo

Todo lo que hace referencia a la ciencia del número y a sus definiciones o límites, según lo que ha precedido, corresponde a la ciencia intelectual que estudia el número según la manera en que éste impresiona al espíritu. La ciencia del cálculo sobre la que vamos a hablar en esta parte estudia el número en función de cómo se corresponde con todos los seres de este mundo, ya que no hay nada en éste que el número no pueda contar y envuelva por todos sus lados. Cualquier número puede expresarse en doce nombres: nueve se repiten sin cesar y tres forman sus categorías. Los nueve primeros son los de las unidades, es decir, el primer orden hasta nueve. Los otros tres corresponden a los órdenes superiores a las unidades, o sea, las decenas, centenas y millares. Estos cuatro órdenes son la base de los órdenes del número, al que envuelven, ya que todo orden superior al millar¹ forma su nombre a base de los tres precedentes; así, millares de millares, decenas de millares de millares,² centenas de millares de millares, millares de millares de millares, etc.

Los matemáticos llaman a estos órdenes, en árabe, *Us* escrito con la letra *s*,³ que en nuestra lengua corresponde a un significado de base, *Uś*, escrito con *š*,⁴ así lo llamamos nosotros. Esto deriva del pasaje bíblico: «Restaurando la base (*Uśšayya*)»,⁵ y así nuestros Rabinos en el

1. Se entiende «millares y sus decenas y centenas».

2. Cf. lo que dijimos en el citado *Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la Catalunya medieval*, vol. I, pág. 118, sobre este sistema de notación aritmética emparentado con los autores árabes.

3. De la radical sorda *اس*.

4. De la radical *שש*.

5. Esdras, IV, 12.

Talmud emplean dicha palabra con el sentido de base, y de la misma manera nosotros decimos que la base de las unidades es la unidad, 2 lo es de las decenas, etc.

Los matemáticos se han ocupado del cálculo bajo múltiples aspectos. Primero, se vieron obligados a multiplicar un número por otro; más tarde a dividir dos números; en tercer lugar, a averiguar la relación entre dos números; en cuarto, a restar un número de otro; en quinto, sumar un número a otro; en sexto, completar un número con otro, y en séptimo, convertir un número en otro.¹ En estas operaciones se vieron obligados a dividir la unidad y ver cómo se contaban sus partes. Nosotros daremos las reglas pertinentes en este libro. El que comprende estas operaciones se llama *perito en la ciencia del cálculo*, y el que es hábil y rápido se llama *práctico en el arte del cálculo*, pero no se le llama ni sabio ni perito. La inteligencia de la ciencia se adquiere en los libros, pero el arte y la práctica no se adquiere en éstos; la primera corresponde a las facultades internas, y la segunda, a las externas.

Modo de multiplicar un número por otro

Hay que repetir el primer número tantas veces como unidades contiene el segundo. Cualquier número multiplicado por uno no aumenta en absoluto, y queda como antes. Por esto decimos que el producto de 1 por 1 es 1; de 2 por 1 es 2. Si multiplicamos un número por 2, lo doblaremos y obtendremos el producto; si lo multiplicamos por 3, lo habremos repetido tres veces, y así sucesivamente hasta 10; si a éste lo multiplicamos por 10,

¹ Cf. la diferente terminología y división empleadas por R. Abraham b. 'Ezra en el *Séfer ha-mispar*, pág. 4 de la edición de SILBERBERG, Frankfurt a. M., 1895.

tendremos 100. Quien quiera multiplicar un número por otro que sea superior a 10, necesita conocer bien los productos de las unidades por las unidades.

Si queremos multiplicar los restantes órdenes de números, uno por otro, operaremos como si fuesen unidades. Luego averiguaremos la base de uno de ellos y haremos avanzar el orden del otro tantos lugares como indique la base; obtendremos el orden del producto en lo que hace referencia a las unidades de éste. Así, si queremos multiplicar 6 centenas por 4 millares, operaremos como si fuesen unidades : multiplicaremos 6 por 4 y guardaremos el producto, 24. Tomaremos la base de las centenas, que es 3; contaremos, a partir de los millares, tres órdenes, y obtendremos el orden o categoría del producto que guardamos, o sea, centenas de millares. Igualmente ocurre si contamos la base de millares, o sea 4, a partir de la categoría de las centenas : llegaremos a la misma categoría final, que será la de las unidades del producto guardado, 24, que son la décima parte de la categoría siguiente : millares de millares, y diremos que el producto 24, que guardamos, es 2 millares de millares y 400 millares.

Se puede averiguar la base del producto por otro método, que consiste en sumar las bases de los dos factores y restar 1 : se obtendrá la base del producto. Así, en el ejemplo visto, la base de cien es 3 y la de mil es 4. Sumadas, dan 7, del cual, restando 1, se obtiene la base del producto, igual como la habíamos obtenido más arriba. Los matemáticos saben por qué hay que restar 1 de la suma de las dos bases para obtener la del producto. Esto se debe a que la unidad interviene en el conjunto de la base en ambos números.¹ Si uno se fija bien en esto, lo entenderá y no necesitará ninguna otra explicación.

1. O sea, que en la suma de las dos bases de los factores interviene dos veces la base unidad, y, por tanto, hay que restar 1.

Modo de dividir un número por otro y de deducir la relación que hay entre dos números

Dividir un número por otro es repartir un número grande entre otro pequeño. Deducir la relación entre dos números es como dividir un número pequeño por otro grande. Como ambas operaciones son semejantes, se explicarán conjuntamente en un solo capítulo. Quien quiera averiguar la relación entre dos números, vea si el número menor divide al mayor; en este caso, será parte o divisor del mayor, llamado dividendo, a causa del número que lo divide. Quien quiera conocer, por ejemplo, la relación entre 15 y 180, sepa que 15 divide a 180 doce veces y, por tanto, 15 es la dozava parte de 180. Si el número menor no divide exactamente al mayor, es posible que haya un número que divida a ambos; si así fuese, averiguaremos cuántas veces divide al mayor y cuántas al menor, y la relación entre los dos cocientes encontrados, será la que existe entre los dos primeros números. Por ejemplo, si queremos averiguar la razón de 15 a 100, nos fijaremos en que 5 es un divisor común y que divide a 15 tres veces y a 100 veinte veces, y, en consecuencia, estableceremos la relación 3 : 20, que será también la que hay entre 15 y 100, o sea $1/10$ más la mitad de $1/10$.¹

También se puede buscar el divisor común de los dos números dados, pues según la razón de los cocientes respectivos será la de los dos números. La parte o divisor correspondiente es 5, y el $1/5$ de 15 es 3 y el de 100 es 20; según la razón de 3 a 20 es la de 15 a 100.

Si los dos números cuya razón se busca son primos

1. Al margen del manuscrito B se lee : שתות ושני שלישים «la 1/6 parte y 2/3».

entre sí, la razón entre ambos se expresará por una fracción : así, diremos que la razón entre 7 y 40 es $7/40$ partes. Éste es el método de los calculadores, pero hay quien quiere precisar más la razón, y toma una parte del número mayor y la relaciona con el número menor : así, en nuestro ejemplo, relaciona $40/10$, o sea 4, con 7,¹ y encuentra que $7/40$ es igual a $(2 - 1/4) : 10$, o bien que es igual a $1/5$ menos $1/8$ de $1/5$.² Dividiéndolo por $1/8$ de 40, o sea 5, diremos que es igual a $1/8$ más $2/5$ de octavo.³

Semejante a esto es la deducción de la razón de dos números, o sea, la división de un número menor por otro mayor; si ambos tienen un divisor común, dividiremos el cociente de dividir el mayor por dicho número por el cociente de la división del menor. Si queremos dividir 100 por 15, que tienen por divisor común 5, dividiremos el cociente de $100/5 = 20$ por el de $15/5 = 3$, y obtendremos la razón $20/3 = 6$ y $2/3$, que es el cociente de la división propuesta. Si los números dados carecen de divisor común, dividiremos directamente el uno por el otro, ya que el producto del cociente por el divisor, o sea, el número menor, nos ha de dar el dividendo. Si nos preguntan, por caso, cuál es el número que, dividido por 15, da un cociente de 6 y $2/3$, obtendremos que es 100, pues éste es igual al producto de los dos primeros.

Con lo expuesto se ha aprendido a dividir un número por otro, sea mayor, sea menor.

1. En rigor, se relaciona 7 con 4, en la forma : $7/4 = 1'75$.
2. O sea, $1/5$ menos $1/40$.
3. O sea, $2/40$.

Maneras de restar un número de otro

Para esto no es necesario dar regla alguna, a no ser que sea para operaciones que vayan más allá del orden de los millones. Así, si preguntan, ¿cómo restaremos 1185 de 10.000.000? Primero tomaremos un millón de los 10 millones, y de éste restaremos 1185; quedarán 998815. Análogamente sumariamos un número a otro. No es necesaria otra explicación, pues los conceptos son fáciles en lo que se refiere a números enteros, y todo el mundo puede deducirlos rápidamente con las reglas dadas más arriba. Explicamos estos conceptos en una sola parte.

Modos de multiplicar las fracciones de la unidad

Es necesario saber que la multiplicación de un número entero por otro fraccionario se corresponde al modo de encontrar la relación de un número respecto al otro, puesto que multiplicar 17 por $\frac{1}{3}$, o $\frac{1}{3}$ por 17, es semejante a decir : ¿Cuál es el $\frac{1}{3}$ de 17? Entre ambas cosas no hay diferencia. Por ello diremos que el producto de $\frac{1}{3}$ por 1 es $\frac{1}{3}$ y el producto de $\frac{1}{3}$ por 2 es igual a $\frac{2}{3}$.

Si queremos multiplicar fracciones por fracciones, es igual como si dedujéramos la fracción de la fracción; así: el producto de $\frac{1}{3}$ por $\frac{1}{3}$ es igual a $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$. Los matemáticos establecieron en todos los casos de multiplicación de fracciones un número que fuese idóneo y correspondiente — denominador —, y según sea éste, será el orden de la fracción resultante. Si se dice : multiplicad $\frac{2}{3}$ por $\frac{2}{3}$, ¿cuánto valdrá la razón? El tercio es derivado de tres, así es que multiplicaremos 3 por 3, que

es el *número (denominador)* de las dos fracciones, y obtendremos 9. Este número es el que pondremos como número correspondiente del producto. A continuación multiplicaremos los numeradores de las dos fracciones: obtendremos $2 \times 2 = 4$. Relacionaremos este 4 con el producto 9, y la razón $4/9$ será la relación de $2/3$ multiplicados por $2/3$.

He aquí otro caso : multiplicar $2/3$ por $2/5$. Multiplicaremos 3 por 5, que son los denominadores de las fracciones, y obtendremos 15. Con éste relacionaremos 4, que es el producto de los numeradores, y diremos que, según la relación $4/15$, es el producto de las dos fracciones, o sea : $1/5$ más $1/3$ de $1/5$.¹

Si nos dicen : multiplicad $2/11$ por $2/13$, multiplicaremos los denominadores de las fracciones, o sea, 11 por 13 = 143, y obtendremos la razón $4/143$, que es el producto.

Si nos dicen : multiplicad 2 partes de 5 partes en $1/10^2$ por $2/3$, sabremos que el denominador de una fracción será 50, que, multiplicado por el otro, da 150; la razón $4/150$ es la del producto.

Si nos dicen : multiplicad 2 partes de 5 partes en $1/10^3$ por 2 partes de 8 partes en $1/3$,⁴ habremos de averiguar los denominadores, que serán 50 y 24; multiplicados, dan 1200, que será el denominador de la fracción producto, cuyo numerador será 4.

De estos ejemplos se deducen las reglas para multiplicar las fracciones y las fracciones de fracciones, ya por un número entero, ya por otras fracciones.

1. O sea, $1/15$.
2. O sea, $2/50$.
3. O sea, $2/50$.
4. O sea, $2/24$.

Modo de dividir las fracciones

Primero buscaremos un número (*denominador*) que sea correspondiente, y con él relacionaremos el cálculo. Así, si nos dicen: dividid $3/8$ por $2/5$, multiplicaremos primero los denominadores de las fracciones, o sea 8 por $5 = 40$, y de este número tomaremos $3/8$, o sea 15 , y luego tomaremos sus $2/5$, o sea 16 , y dividiremos 15 por 16 , que será el cociente de $3/8 : 2/5$, o sea, 1 menos la mitad de $1/8$.

De esta manera deduciremos la relación de una fracción respecto de otra. Así, si nos dicen: ¿Cuánto es $3/8$ de $2/5$?, buscaremos el número denominador correspondiente, o sea 40 ; deduciremos sus $2/5$, o sea 16 , y los $3/8$ de 16 , o sea 6 , y según la razón $6/40$, será la de $3/8$ respecto de $2/5$, o sea, $1/8$ más $1/5$ de $1/8$. Idénticamente operaremos en los demás casos.

Modos de restar una fracción de otra

Para este cálculo necesitamos también un número correspondiente. Así, si nos dicen: restad $3/7$ de $2/3$, buscaremos el número correspondiente, que será $7 \times 3 = 21$, del que tomaremos $2/3$, o sea, 14 , y de estos 14 restaremos los $3/7$ de 21 , o sea, 9 , y quedará $14 - 9 = 5$; según la razón de 5 a 21 , será la diferencia entre $2/3$ y $3/7$, o sea, $1/7$ más $2/3$ de $1/7$.¹ Idénticamente en los demás casos.

1. O sea, $2/21$.

Modos de sumar una fracción a otra

Igualmente necesitamos el número correspondiente. Así, si nos dicen : sumad $3/8$ y $7/10$, buscaremos el número correspondiente, que es $8 \times 10 = 80$; tomaremos sus $3/8$, o sea, 30, y sus $7/10$, lo que da 56, que, sumados, dan 86, que será el numerador de la suma $86/80$, lo que es igual a 1 y $6/80$. Así se procede en los demás casos.

Modos de convertir una fracción en otra

Esta operación sólo se practica con las fracciones, no con números enteros.¹ Así, quien dice : $3/8$, ¿cuántos décimos son? En este caso el número correspondiente será $8 \times 10 = 80$, del que tomaremos los $3/8$, o sea 30, que, dividido por el décimo de $80 = 8$, da por cociente 4 menos $1/4$ del $1/10$ de la unidad.² Igualmente se procede en los restantes casos.

Modos de complementar las fracciones

Esta operación, como la anterior, no se emplea con los números enteros, sino de la forma que explicaremos. Empezaremos explicando la forma de operar con las fracciones. Si se nos dice : ¿Cómo convertiremos $3/8$ en la unidad? Sabemos que el denominador es 8, del cual deriva el octavo, y que el numerador lo divide tres veces menos $1/3$; pues por este mismo número multiplicaremos

1. Esto explica que no la haya registrado anteriormente.

2. O sea, $1/40$.

los $\frac{3}{8}$ y obtendremos la unidad, ya que, según las veces que el numerador divide al denominador, así la fracción divide a la unidad.¹

Si nos dicen : ¿Cómo completaremos $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{50}$ hasta que lleguen a la unidad? Tomaremos del número correspondiente, que es 50, $\frac{2}{5}$, o sea, 20, y $\frac{1}{50} = 1$. Obtendremos 21. Este número divide a 50, dos veces más $\frac{1}{3}$ más $\frac{1}{21}$, y por este cociente multiplicaremos la fracción $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{50}$ para convertirla en la unidad.

El cálculo de complementar los números enteros es igual al expuesto. Si nos dicen : ¿Cómo hemos de hacer para convertir 7 en 16? Sabemos que 7 divide a 16, dos veces y $\frac{2}{7}$; por este cociente lo multiplicaremos.

Estos son los procedimientos del cálculo para todos los asuntos del mundo, y quien lo entiende puede deducir el método del cálculo de compras y ventas. Por ello, como mi objeto es ayudar al que estudia este libro, voy a explicar las reglas referentes al cálculo de compra y venta, de las que derivan todos los cálculos comerciales.²

1. Este sistema de operación, complementación *tišlum*, *hašlamá*, era conocido ya por los egipcios y babilonios. Cf. NEUGEBAUER, *Quellen und Studien*, B I, págs. 306 y sigs., y II, págs. 199 y sigs., y su *Vorgriechische Mathematik*, págs. 4 y sig.

2. O sea, las *Regulae mercatorum* de los autores latinos medievales.

Principio del cálculo de compra y venta

Debe saberse que si tenemos cuatro números que estén dispuestos en dos órdenes de relaciones iguales, o sea, que la razón del primero al segundo sea igual que la del tercero respecto al cuarto, el producto del primero por el cuarto es igual al del segundo por el tercero.

Así, por ejemplo: sean los dos números primeros 4 y 15, y los otros dos 12 y 45; la razón del primero al segundo es como la del tercero al cuarto $4 : 15 :: 12 : 45$. Si multiplicamos el primero, 4, por el cuarto, 45, obtendremos un número igual al producto del segundo, 15, por el tercero, 12. Si comparamos el primero con el tercero, obtendremos una razón igual a la del segundo con el cuarto. De modo que tenemos al primer número relacionado con otros dos: con el segundo y el tercero, pero no con el cuarto; también el segundo está relacionado con el primero y el cuarto, pero no con el tercero. Los números relacionados entre sí se llaman *correlativos*;¹ los que no se relacionan se llaman *extraños*.

De aquí se desprende que, dados cuatro números correlativos o proporcionales, si multiplicamos el primero de una razón por el que le es *extraño* de la otra, obtendremos un producto igual al del otro número de la razón por su *extraño* de la segunda, de la misma manera que hemos visto en el ejemplo anterior.

Es necesario fijarse en esto, de modo que nos sirva para el cálculo de la incógnita, mediante las operaciones expuestas, en todos los asuntos de compra, venta, alquileres, valoración del trabajo, medida del jornal y en cualquier negocio o precio.²

1. Literalmente, *compañeros*.

2. O sea, en los problemas mercantiles de regla de tres, interés, etc.

Procedimientos del cálculo de compra y venta

Debemos saber que todos los asuntos de los hombres, en lo que se refiere al cálculo de sus compras y ventas, precio de sus trabajos y de sus cambios, se basan en cuatro números proporcionales, distribuidos en dos órdenes de relación. El primer número es el trabajo o asunto de referencia; el segundo es la medida correspondiente; la segunda razón se forma con lo comprado, vendido o alquilado como primer término, y como segundo por lo que corresponde como precio. De modo que el asunto o trabajo está relacionado a la medida considerada, como lo contratado lo está con el precio, y, también el asunto está relacionado con lo contratado como la medida lo está con el precio correspondiente. Éstos son los números proporcionales. Siempre se encontrará que el asunto es *extraño* respecto a lo que corresponde de precio, y que lo contratado es también valor *extraño* respecto a la medida.

Por esto, si multiplicamos el asunto por lo que corresponde de precio, el producto será igual al de la cosa contratada multiplicada por la medida, y viceversa. En todos los negocios de los hombres, tres de estas cuatro cantidades se conocen, y la cuarta es la incógnita, pero se podrá conocer en virtud de lo expuesto, pues si multiplicamos una de las cantidades conocidas por la que le es *extraña*, y dividimos el producto por la tercera cantidad conocida, encontraremos la cuarta, que es la incógnita.

Así, si nos dicen : 10 *cors*¹ de trigo cuestan 6 sueldos, ¿cuántos *cors* podemos comprar con 4 sueldos? La mercancía de comercio es 10 *cors*, y el precio que le hemos dado es 6 sueldos. Estos dos valores forman

1. Medida hebraica de granos.

una razón; de la segunda sólo conocemos una cantidad: 4 sueldos, que es cantidad *extraña* respecto a la mercancía, de la que necesitamos saber la parte que le corresponde. Multiplicaremos las dos cantidades *extrañas* de entre las tres conocidas : $10 \times 4 = 40$, y lo dividiremos por el precio conocido, 6; obtendremos por cociente 6 *cors* y $2/3$ de *cor*, que era lo buscado. En este caso lo tratado era la incógnita.

He aquí la regla general que te conviene : el producto de los extremos es igual al producto de los medios, de modo que si no conoces un medio, multiplicarás los extremos y dividirás el producto por el otro medio, el cual conoces; así obtendrás el medio desconocido. Asimismo, si desconocemos un extremo, multiplicaremos los medios y dividiremos su producto por el extremo conocido : obtendremos el otro extremo. La prueba de esto será que el resultado se multiplique por el divisor anterior.¹

El cuarto valor también puede ser la incógnita, como ocurre en este caso : 10 *cors* de trigo valen 6 sueldos; ¿cuánto cuestan 4 *cors*? Aquí el coste de la venta es la incógnita, o sea, el cuarto valor. Para encontrarlo multiplicaremos el precio por la cosa vendida, o sea $6 \times 4 = 24$, y el producto lo dividiremos por la mercancía objeto de comercio, o sea 10; obtendremos el cuarto valor : 2 sueldos y $2/5$ de sueldo.

Cabe que la incógnita sea el precio tipo, como en el caso siguiente : se han comprado 3 *gómers* por 4 sueldos, ¿cuánto costará el *efá*?² Conocemos la cosa vendida y el coste, o sea, 3 *gómers* y 4 sueldos; conocemos también la mercancía en tráfico, o sea, el *efá* = 10 *gómers*; la incógnita es el precio de éste. Multiplicaremos los *gómers* del *efá* por el precio de venta : $10 \times 4 = 40$ y dividiremos

1. A fin de que un producto se equipare con el producto conocido.
2. El *efá* tiene 10 *gomers*.

el producto por la cosa vendida, 3. Obtendremos el precio desconocido, o sean, 13 sueldos y $\frac{1}{3}$.

La incógnita puede ser también la mercancía, y entonces conocemos las otras tres cantidades : el precio-tipo, la partida vendida y su coste. Así, si nos dicen: hemos comprado 6 *cors* por 4 sueldos, ¿cuántos podremos adquirir con 7 sueldos? En este caso conocemos las dos cantidades que integran la segunda razón; de la primera sólo conocemos el precio, que es el valor extraño respecto de la cosa vendida; así, pues, multiplicaremos 7 por 6 y obtendremos 42, producto que dividiremos por el coste de venta = 4, y obtendremos la cantidad vendida, o sea, 10 *cors* y medio.

Hemos visto, pues, que en todos los casos puede averiguarse el cuarto valor desconocido, a base de los otros tres, sobre los que descansa todo negocio, cualquier compra o venta o casos similares. Igual ocurre en lo que hace referencia a los alquileres. Así, si nos dicen: he contratado a un operario a razón de 10 *zuz*¹ por 30 días. Trabajó conmigo 8 días. ¿Cuánto ha ganado? En este caso asimilaremos los días de trabajo a la mercancía en tráfico, los *zuz* a la medida o precio, y los 8 días que trabajó a la cosa vendida, de modo que la cantidad desconocida será como el coste de la venta, y tendremos un planteamiento semejante al anterior, y, por tanto, operaremos análogamente : multiplicaremos los dos valores *extraños* : 8 días por 10 = 80, y esto lo dividiremos por 30. Obtendremos un cociente de 3 *zuz* menos $\frac{1}{3}$, que es el sueldo que ha ganado.

Según este planteamiento resolveremos todos los asuntos que se nos ofrezcan, sean de compra, venta, alquiler, etc. Hemos puesto ejemplos fáciles para no cansar al estudioso, pero de éstos podrá pasarse a los difíciles.

1. Moneda de poco valor, que pesaba 3'6 gr.

Aquí termina esta *columna* con lo que he creído imprescindible conocer de la Aritmética, según los principios y bases explicados detalladamente. Empiezo a explicar la segunda *columna* del *Fundamento*, con la ayuda de Dios.

SEGUNDA COLUMNA

[*Parte primera*]

En ella se explica la ciencia de la medida (Geometría). En árabe se llama esta ciencia *Handasa*,¹ y en griego Geometría; ésta sigue y depende de la ciencia del número (Aritmética), puesto que cualquier suceso de este mundo es, antes que nada, número, y todos los aspectos o relaciones mundanales son uno, dos o más; y uno, dos, son números aritméticos, y toda unidad del mundo se divide en fracciones, miembros o partes. Estos conceptos pertenecen tanto a la Geometría como a la Aritmética. Incluso en todas las cosas de este mundo de las cuales averiguamos el cuánto, el planteamiento de la cuestión descansa en una cantidad simple o bien derivada; toda magnitud derivada necesita medida, y ésta no puede expresarse sin los números. Por esto la ciencia de los números — Aritmética — precede a todas las ciencias. La que la sigue es la de la medida, o sea, la Geometría. Esta última da origen a muchas partes, a ciencias derivadas. Nosotros, en este libro, la dividiremos en dos partes : la primera parte habla de la definición de la ciencia de la medida y de la definición de todos los conceptos de que trata, así como de su breve exposición.²

1. هندسة.

2. La segunda parte, más práctica, será la óptica, de la que habla más adelante (cf. pág. 80).

La ciencia de la medida es la que estudia los cuerpos y da a conocer su proporción, forma, clase y caracteres. Cuerpo es todo lo que tiene extensión. Las extensiones son tres : longitud, latitud y profundidad o altura. La tercera dimensión tiene dos nombres según las dos direcciones en que puede medirse. Los objetos que tienen extensión son de tres clases : la primera se llama *cuerpo*, y tiene tres extensiones o dimensiones; la segunda se llama *plano* o *superficie*, puesto que se desarrolla o se allana sobre el cuerpo, igual como si le fuese exterior: sólo tiene longitud y anchura; la tercera se llama *línea*, y sólo tiene una dimensión : longitud.

No pueden darse más dimensiones que las tres que se encuentran en los cuerpos, y en éstos, sean grandes o pequeños, encontraremos siempre seis lados u orientaciones, que vienen a ser sus límites.¹ En la longitud hay dos sentidos : derecha e izquierda o levante y poniente; en la anchura hay otros dos sentidos : anterior y posterior o norte y sur; en la profundidad o altura hay otros dos sentidos : cabeza y fin o bajo y alto. Si empezamos desde la cabeza hacia el fin, o desde arriba hacia abajo, llamaremos a esta extensión profundidad, y si empezamos desde el fin hacia la cabeza o desde abajo hacia arriba, la llamaremos altura. Con el fin de ser breves decimos de los cuerpos que están debajo del suelo, que tienen profundidad, y de los que están encima, que tienen altura. Se constata que todo cuerpo está en el espacio y que sus límites son superficies que sólo tienen dos dimensiones: longitud y anchura, y cuatro sentidos : derecha, izquierda, norte y sur, careciendo de alto y bajo, puesto que no tienen profundidad. Análogamente, los límites del plano, disminuidos en una extensión, son las líneas que sólo tienen longitud. El límite de la línea es el punto, que no tiene

¹ Cf. Euclides, *Elementos*, libro I, def. 1-13, y véase cómo la dependencia de nuestro autor es más de fondo que de forma.

ninguna extensión. Por esto se define el punto diciendo que es aquello que carece de extensión y de dimensión, y es el límite de las cosas que sólo tienen una dimensión.¹

El cuerpo se concibe con la razón,² los ojos y todos los sentidos corporales, y tiene existencia por sí mismo. La superficie no es posible si no es existiendo en un cuerpo, sin que pueda separarse de él. Únicamente la razón la segrega mentalmente y la estudia en particular. La línea no puede encontrarse a no ser en una superficie, sin que pueda separarse de ella, pero la razón puede hacerlo mentalmente, y lo estudia así. La existencia del punto se acompaña de la línea, de la cual es el límite, pero la razón lo separa y le da existencia por sí solo.

Esta ciencia estudia estas tres clases de objetos y da a conocer sus formas y géneros. Empezaremos por explicar las divisiones de la línea. Las dos primeras clases de línea son la *simple* y la *compuesta*. La primera se subdivide en *recta*, *circular* y *curva*. Línea *recta* es la que sigue la dirección opuesta de dos puntos, que son sus extremos;³ línea *circular* es aquella en que no se pueden encontrar tres puntos en la misma dirección y, en cambio, en su interior hay un punto que equidista de todos sus puntos;⁴ línea *curva* es aquella que no tiene tres puntos en la misma dirección y carece del punto interior que equidista de todos sus puntos.

Línea *compuesta* es la formada por otras dos o más, aunque las partes sean de una misma especie o no. Las líneas que se unen o componen se encuentran en un punto o se separan de él. Llamamos *ángulo* a la separación que nace en aquel punto.

1. Cf. Euclides, *ibid.* y Nicómaco de Guerasa, *op.cit.*, II, cap. 7.

2. Literalmente : *el corazón*.

3. Cf. Euclides, I, definición 4, distinta de la nuestra.

4. Definición parecida a la de Euclides, I, 14.

Clases de ángulos

En primer lugar se dividen en dos : ángulos de un plano, o sea, *planos*, y del espacio, o sea, *corporales*. El ángulo *plano* es la separación de dos líneas que se encuentran en un punto y se separan en un mismo plano;¹ ángulo *corporal* es la separación de tres líneas que se encuentran en un mismo punto y se separan en dos planos.² Aun se dividen de otra manera : ángulos de líneas rectas y de líneas no rectas, o bien que una línea sea recta y la otra no, sino circular o curva, sea en un ángulo plano o corporal. Prescindiremos de los ángulos cuyas líneas no son rectas, y hablaremos únicamente de los ángulos compuestos por líneas rectas. Éstos se dividen en tres clases : *rectos*, *obtusos* y *agudos*.

Ángulo *recto* es uno de los dos ángulos que se forman en los lados de dos líneas perpendiculares. Todos los ángulos rectos tienen la misma medida.³ Ángulo *obtuso* es aquel cuya medida es mayor que la del recto, y *agudo* es el que es menor que el recto.⁴

Orden de la disposición de las líneas

Según su disposición las líneas pueden ser de tres clases : líneas dispuestas de modo que una tiene la dirección de la otra, y la distancia que las separa es la

1. Cf. Euclides, I, def. 6.
2. No está en Euclides. Puede relacionarse, sin embargo, con el libro XI, 20.
3. Cf. Euclides, I, def. 7, 8.
4. Al margen del manuscrito B están las figuras de los tres ángulos con sus nombres.

misma en todo tiempo, sin aumentar ni disminuir.¹ Otras líneas no están dispuestas así, sino que la distancia que las separa aumenta por un lado y disminuye por otro. Estas dos disposiciones se encuentran en las líneas rectas y no rectas. La tercera clase es la de las líneas en las que una de ellas toca a la otra en un punto y luego se separa sin dividirla ni atravesarla. Esto no es posible con líneas rectas, sino entre circulares y curvas o entre una recta y una circular o curva. Lo dicho es suficiente para explicar las divisiones de la línea.

Explicación de las partes de la superficie

Superficie o plano es aquello que está rodeado por todos los lados por líneas, rectas o no, o por compuestos de rectas y no rectas. Las clases de superficie, según su posición en el cuerpo, son tres : la primera es *plana*, la segunda es *convexa* y la tercera es *cóncava*.

Superficie *plana* es la que se extiende según las líneas rectas que la encierran, de modo que cualquier línea trazada en su superficie resulta conforme con las líneas que la limitan, no sale ni arriba ni abajo de la superficie. Esta superficie es la única que se llama plano en Geometría.

Superficie *convexa* es la extensión que envuelve por encima el dorso de un cuerpo abovedado. Dicha superficie es circular o bien curva.

Superficie *cóncava* es la extensión que envuelve por debajo un cuerpo abovedado; puede ser también circular o curva.

1. Cf. Euclides, I, def. 22.

Relaciones de la superficie plana

La superficie plana se divide en tres grandes clases: la primera es aquella a la que rodea por todas partes una sola línea, sea un círculo o una línea curva. En modo alguno puede limitarla una línea recta. La superficie plana a la que rodea una línea circular se llama círculo plano o recto, si se encuentra en un plano.¹ Si se encuentra en la esfera o bola del firmamento, la llamaremos *órbita*. Si la línea que le rodea es una curva, lo llamaremos *círculo curvo*.²

La segunda clase es aquella a la que rodean dos líneas, que no pueden ser rectas; en todo caso, una podrá ser recta y la otra curva, o bien las dos curvas o circulares o compuestas de circular y curva. Aquí no estudiaremos esta clase.

La tercera clase es aquella a la que rodean más de dos líneas, ya sean todas rectas, o ninguna, o bien compuestas de rectas y no rectas.

La característica de la primera clase es que está rodeada por una sola línea, y dicha clase se divide en *circular* o *curva*.

Circular es aquella en cuya parte central hay un punto desde el cual todas las rectas trazadas a la circunferencia periférica tienen la misma longitud. Este punto se llama *centro* del círculo. Toda recta que pasando por el centro toca por sus dos extremos a la circunferencia se llama *diámetro*.³

En la superficie curva la distancia de este punto central a la línea periférica no es igual por ninguna parte;

1. Cf. la definición que da más adelante.
2. Alude al óvalo o elipse, del cual habla más adelante.
3. Cf. la definición en Euclides, I, 15.

tiene dos diámetros, el uno mayor que el otro. No hemos de explicar las propiedades de la segunda clase de superficie, ya vista, pues ello excede a este libro.¹

Propiedades de la tercera clase, o sea, de la superficie rodeada por líneas rectas

Esta clase se subdivide en tres grandes géneros : el primero es el *triángulo*, o sea, la superficie rodeada por tres rectas,² el segundo es el *cuadrilátero* o superficie rodeada por cuatro rectas; el tercero es la superficie de más de cuatro ángulos, o sea, que tiene más de cuatro rectas periféricas, v. g., el pentágono, limitado por cinco rectas, etc., hasta el infinito. Las rectas que rodean la superficie se llamarán *lados* del plano.

Explicación de las relaciones de la superficie de tres lados o triángulo

Una de sus propiedades es que [la suma de] dos lados del triángulo es siempre mayor que el tercer lado.³ Entre otras propiedades hay que anotar que los tres ángulos del triángulo miden dos rectos, ni más ni menos.⁴

El triángulo, atendiendo a sus lados, se divide en tres géneros : el primero es aquel en que todos sus ángulos son agudos : se llama *acutángulo*. Esta clase admite tres especies, según sean los lados; es posible que todos los lados sean iguales, que sólo lo sean dos, o que no lo sea ninguno.

1. Como dijimos antes, se refiere a la elipse.

2. Cf. la definición en Euclides, I, 18.

3. Cf. Euclides, I, prop. 20.

4. Cf. Euclides, I, prop. 17.

El segundo género es aquel que tiene un ángulo recto y dos agudos : se llama triángulo *rectángulo*; en éste no es posible que todos sus lados sean iguales, sino sólo dos.

El tercer género es aquel que tiene un ángulo obtuso: se llama *obtusángulo*. Tampoco puede tener sus tres lados iguales.¹

Es propiedad del triángulo acutángulo el que si elevamos al cuadrado cualquiera de sus lados, encontraremos que es menor que la suma de los cuadrados de los otros dos. Es propiedad del triángulo rectángulo el que si elevamos al cuadrado el lado opuesto al ángulo recto (hipotenusa) encontraremos que es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos. Es propiedad del triángulo obtusángulo el que si elevamos al cuadrado el lado opuesto al ángulo obtuso, encontraremos que es mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados.²

Explicación de las relaciones del cuadrilátero

El cuadrilátero es la superficie envuelta por cuatro lados, y ella puede dividirse en dos triángulos mediante una diagonal. Los ángulos del cuadrilátero son siempre iguales a cuatro rectos. Atendiendo a sus ángulos y lados, se dividen en cinco clases : la primera es la que tiene los cuatro lados iguales y los cuatro ángulos son rectos : se llama *cuadrado*;³ la segunda es aquella en la que dos lados son paralelos e iguales y también los otros dos, siendo los cuatro ángulos iguales [y rectos]. Se llama

1. Cf. Euclides, I, def. 19.

2. O sea que $A^2 \leq B^2 + C^2$. Abraham bar Hiyya lo demuestra en su *Geometría*, ed. M. Guttman, pág. 17, y de nuestra traducción, pág. 24.

3. Al margen del ms. B hay las figuras de los distintos cuadriláteros.

*cuadrilátero alargado*¹ (rectángulo); la tercera se asemeja a la primera por sus lados, pues todos son iguales, pero sus ángulos no son rectos; se llama *losange*² o rombo; la cuarta parte se parece a la segunda, en que dos lados son paralelos e iguales, pero sus ángulos no son rectos: se llama *parecido al rombo*.³

Estas cuatro clases de cuadriláteros son aquellas que la ciencia estudia en particular fijándose en sus propiedades, de las que se desprenden numerosas ventajas para otras ciencias, puesto que estas cuatro clases de cuadriláteros ofrecen proporción entre sus lados.

La quinta clase es aquella en la que no se encuentra nada de lo dicho en las cuatro anteriores : se llama *sesgado*⁴ (trapecio).

Si se considera este polígono en todas las figuras posibles de cuatro lados, llegaremos a 18 figuras.⁵

Explicación de las relaciones de los polígonos de más de cuatro lados

Son éstos, v. g., el pentágono, el hexágono, etc., y se dividen en tres clases : en la primera, todos los lados y ángulos son iguales en longitud y medida (polígono regular); en la segunda, los lados tienen la misma longitud, pero los ángulos discrepan en su medida; en la tercera, ni los lados ni los ángulos son iguales.

A cualquier polígono de ángulos y lados iguales puede inscribísele un círculo, de modo que cada lado

1. En árabe المتطيل (alargado).

2. Del árabe المطعین, que quiere decir lo mismo. En las traducciones latinas perdura esta palabra.

3. Del árabe الشبيه بالمعين.

4. En árabe المشبه بالمنحرف أو المنحرف «el de los dos lados iguales».

5. Sobre la posible tradición de estas doctrinas, cf. STEINSCHNEIDER, *Gesam. Schriften*, I, pág. 397, n. 12.

toque por fuera en un punto a la circunferencia; también puede circunscribirse el círculo, de modo que cada uno de sus ángulos toque por dentro la circunferencia.¹

Toda superficie de más de tres lados se puede descomponer en triángulos. El número de triángulos en que se divide es menor que el número de lados en dos unidades; así, el cuadrilátero, que tiene 4 lados, se divide en dos triángulos, o sea, en $4 - 2 = 2$. De aquí se deduce que la suma de los ángulos de un polígono es igual a tantos ángulos rectos como el doble de triángulos en los cuales se divide el polígono, pues ya vimos que los ángulos de un triángulo suman dos rectos. Así, la suma de los ángulos del pentágono será igual a 6 ángulos rectos; la del hexágono valdrá 8 ángulos rectos, y así sucesivamente.²

Explicación de las divisiones del cuerpo

Según dijimos antes, es cuerpo todo objeto que tiene tres dimensiones, de manera que sus límites son superficies. Las clases superiores de cuerpos son dos : la primera es la de aquellos a los que rodean superficies planas; la segunda es la que está limitada por superficies no planas, sino esféricas, convexas y compuestas.

La primera clase se divide en dos grupos : el primero está formado por cuerpos a los que se puede circunscribir una esfera, de modo que toque tangencialmente a cada uno de sus ángulos; el segundo comprende los cuerpos que carecen de esta propiedad.

Los cuerpos del primer grupo son cinco, cuyos lados forman superficies iguales. El primer cuerpo tiene 4 ángu-

1. En su Geometría R. Bar Ĥiyya lo explica extensamente.

2. En su Geometría, R. Abraham b. Ĥiyya lo aplica a la medición de tierras.

los agudos y 4 lados o caras, los cuales son 4 triángulos equiláteros; el segundo tiene 8 ángulos y 6 caras, los cuales son cuadrados iguales; el tercero tiene 6 ángulos y 8 caras, los cuales son triángulos iguales en cada uno de sus respectivos lados; el cuarto tiene 20 ángulos y 12 caras, los cuales son pentágonos de ángulos y lados iguales; el quinto tiene 12 ángulos y 20 caras, los cuales son triángulos de lados iguales.¹ La esfera únicamente puede circunscribirse a estos cinco poliedros; sin embargo, hay cuerpos de caras desiguales a los que la esfera puede circunscribir, pero aquí no hablaremos de ellos.

El poliedro al que no se le puede circunscribir una esfera se divide en muchas clases, ilimitadas, aunque los geómetras los han agrupado en tres secciones : la primera es aquella en la que las caras del cuerpo son triángulos desiguales; la segunda, tiene las caras formadas por cuadriláteros de ángulos no rectos; la tercera, tiene las caras formadas por triángulos y cuadriláteros no iguales o bien por otras superficies.

Explicación de los conceptos relativos al cuerpo rodeado por superficies no planas

Las categorías superiores de estos cuerpos son dos: la primera es aquella que está rodeada por una superficie circular u oval; la segunda es la que está rodeada por dos o más superficies. El cuerpo rodeado por una superficie circular se llama *esfera*; el que lo está por una superficie oval se llama cuerpo *oviforme (óvalo)* o *cuerpo semejante a un huevo*.

1. O sea, los cinco poliedros regulares a los que no da los nombres correspondientes.

Propiedades de la esfera

Todas las rectas que van desde su centro a la superficie son iguales. Dicho punto se llama centro de la esfera. Toda recta que, pasando por el centro, toca por sus dos extremos a la superficie esférica se llama diámetro de la esfera. Si la esfera girase sobre dicho diámetro, le llamaríamos eje de la esfera, y los dos puntos finales del eje serían sus cabezas, que en árabe se llaman polos del eje.¹

Propiedades del cuerpo semejante al huevo (óvalo)

Entre ellas el punto intermedio que está en su interior no equidista de todos los puntos de la superficie. Por este punto pasa una recta que toca a dos puntos de la superficie oviforme y es más larga que cualquier otra recta del interior del cuerpo. Dicha recta se llama diámetro, y dicho punto se llama centro. El cuerpo oviforme puede tener muchas formas, sobre las cuales no nos hemos de extender en este lugar.

Explicación de lo relativo al cuerpo rodeado por dos o más superficies

Los cuerpos rodeados por superficies no planas, sino que unas son planas y otras no, forman una clase de cuerpos llamados *cilindros*,² *conos*, y las *secciones de la esfera*, del *cilindro* y del *cono*.

1. قطبي البرية.

2. Nuestro autor no emplea la terminología árabe اسطوانة, aceptada posteriormente por los autores y traductores hebreos.

El cilindro que se estudia en esta ciencia es el cuerpo cuyos extremos superior e inferior son círculos, y se forma circularmente sobre estas bases circulares. Podemos imaginar el cilindro, y también construirlo en la práctica, si ponemos dentro del torno uno de los lados de un rectángulo y hacemos girar éste sobre el lado que antes hacía de base, de modo que dé una vuelta completa y vuelva al sitio desde donde empezó a girar. Habremos construído o imaginado un cilindro.

El cono se parece al fruto de la encina, y puede construirse si tomamos uno de los dos catetos de un triángulo rectángulo y lo hacemos girar, sirviendo de eje el otro cateto. Cuando haya dado una vuelta completa, habremos descrito un cono. De esta manera hemos comprendido la construcción del cono.

Las secciones o partes en que podemos dividir la esfera son tres : la semiesfera, la parte superior a ésta y la inferior. Las partes del cilindro son las que resultan de dividirlo por medio de una superficie rectangular que corte los dos círculos de las bases. Las partes del cono son las que resultan de dividirlo por una superficie que pasa por el vértice del cono o por sus lados; si dicha superficie pasa por el vértice, dividirá al cono en partes iguales, y lo contrario ocurrirá si pasa por los lados del vértice.

La Geometría estudia todas estas relaciones, examina aquellas formas y estructuras, su proporción, igual, mayor o menor, y de cada una de estas cosas da argumentos y demostraciones de las que no puede dudarse.¹

En este aspecto se divide en dos partes : la primera estudia las líneas y superficies y lo que es afín a éstas; se subdivide en secciones, en una de las cuales se estudian las líneas que se dan en una superficie, las superficies y los cuerpos rodeados por superficies, y todo lo explicado en

1. Desde aquí el autor vuelve a fijarse en cuestiones ya apuntadas antes en el prólogo, si bien aquí da referencias bibliográficas.

el libro de los *Elementos* de Euclides y en otros parecidos a éste, de varios geómetras que siguieron su camino.¹ También hay secciones en las que se estudian las líneas y superficies de la esfera en todas sus relaciones, según su disposición; v. g., los *libros de las esferas* de Teodosio y Menelao² y sus seguidores; los cambios y rotaciones, de la forma explicada en los *libros del movimiento de las esferas* de Autolicos³ y otros geómetras; las líneas y superficies curvas, todas sus relaciones y propiedades, como se explica en los *libros de las figuras cónicas* de Apolonio⁴ y en los *libros de la esfera y del cilindro* de Arquímedes.⁵

La segunda parte estudia los cuerpos según sus géneros y propiedades en lo que se refiere a su construcción y utilización, que es una derivación de los elementos de esta ciencia; por ejemplo, en los *libros de los lados* de Eutocio⁶ (?) y sus compañeros, y en los *libros de pesas, medidas, masa y pesadez* de Herón⁷ y de Diocles⁸ (?) y

1. La mayor parte de los autores que cita corresponden a los que los árabes llaman متوسطات, o sea, intermedios, entre Euclides y el Almagesto (cf. STEINSCHNEIDER, *loc. cit.*, pág. 398).

2. Sobre la tradición arábigohebraica de estas obras, cuyo original, en parte, se ha perdido, cf. STEINSCHNEIDER, *Die hebr. Übersetz.*, págs. 515, 541.

3. El autor emplea una denominación especial de la obra de Autolico περί μινουμένης σφαιρας (cf. la tradición hebraica de la obra en *Die hebr. Übers.*, página 503).

4. Cf. su tradición entre los autores hebreos medievales en STEINSCHNEIDER, *Ges. Schriften*, I, pág. 398, n.º 17.

5. Cf., sobre su tradición arábigohebraica, *Die hebr. Übers.*, pág. 502.

6. Es muy probable que sea Eutocio de Ascalón (primera mitad del siglo VI), comentarista de Arquímedes y de Tolomeo; sobre su tradición entre los hebreos medievales, cf. *Die hebr. Übers.*, pág. 513. Según el *Fihrist*, número 267, y al-Qifti (ed. Lippert, pág. 73), es autor de un كتاب في المخاطين «Libro de las dos líneas», que tal vez corresponda con el citado por Bar Hiyya.

7. Sobre la tradición árabe de las obras de Herón de Alejandría, cf. CARRA DE VAUX, *Les Mécaniques ou l'Éleveur de Herón d'Alexandrie, publiées pour la première fois sur la version de Qosta ibn Luqa et traduites en français*, en *Journal Asiatique*, 9.^a serie, I, págs. 386-472, II, 152-269, 420-514.

8. Sólo muy problemáticamente pensamos en este autor como correspondiente a la grafía incierta: Dimomos (?).

sus seguidores. De estas partes derivan muchas ciencias y las reglas de las artes, que ayudan grandemente a los hombres. Este libro nuestro no ha de explorarlas, y por esto se explican los conceptos de una sola de dichas ciencias, con el fin de presentarla como ejemplo de las otras, con la ayuda de Dios.

*Parte segunda de la segunda «columna», que explica
los conceptos de la Óptica*

He aquí que la vista permite ver todas las cosas a las que alcanza y que merecen ser vistas en gracia de las facultades del ser vivo. Vemos que los sabios que se dedican a las ciencias profanas estudian este punto en dos aspectos : el primero consiste en estudiar la forma de la cosa vista o de la visión, en su proporción y en la medida de su distancia respecto a nosotros, y de cómo el objeto muestra su posición respecto de la vista, según la forma en que es contemplado, ya sea visto según su forma o al contrario. El segundo estudia nuestra ciencia natural fijándose en las cosas contempladas, y la manera cómo lo son, y de qué manera el sentido las capta y percibe, cómo la inteligencia y la imaginación¹ comprenden el objeto visto.²

Es posible que la luz salga del ojo y se extienda por el aire hasta llegar al objeto visto, captando su forma e informando de su proporción al alma pensante; también es posible que sea la luz dispersa por el aire la que lleve la forma del objeto visto acercándola a la superficie del ojo y a sus láminas brillantes hasta quedar inscrita la figura en la superficie del ojo, imprimiéndose en la luz brillante que hay en su interior. El alma conoce el objeto visto a base de esta figura impresa en el interior del ojo.³ Se ve, pues, que la diferencia no estriba sino en la dirección de la distancia entre la vista

1. Literalmente : *el corazón*.

2. La primera parte es la Óptica, ciencia física o matemática; la segunda es la Óptica psicofisiológica.

3. La primera de las dos hipótesis es la de Euclides, que fué la más aceptada por los autores medievales, y seguida, por razones de índole práctica, por nuestro autor.

y la cosa observada, según vaya del ojo a la cosa observada o de ésta a aquél. Quien quiera medir esta distancia no tiene por qué preocuparse de su sentido, de si empieza en la vista o en el objeto, pues esto no afecta a la buena captación, que será la misma, empiece por donde sea. Por esto los geómetras no se interesaron ni buscaron su razón de ser, sino que se pusieron de acuerdo en la manera que les pareció más fácil para el cálculo y la medida. Para esto es más sencillo empezar desde el ojo, ya que se mantiene fijo, mientras que el objeto visto se acerca o aleja; no fué porque les pareciera más adecuado un modo que el otro, sino porque les pareció más conforme con la práctica de su investigación.

De acuerdo con esto empezaron los autores de esta ciencia diciendo ¹: la luz sale en líneas rectas del ojo y va en dirección al objeto visto; cada una de estas líneas se dirige a la parte del objeto que le corresponde y el número de los puntos depende del número de rectas. Las rectas salen de un solo punto, el ojo, y al alejarse se separan en ángulo plano, pero al llegar a reunirse forman un ángulo poliédrico,² de manera que al llegar al objeto visto forman como un cono cuyo vértice se encuentra en el ojo, y la base circular es la superficie vista.³ Por esto vemos las figuras cuadrangulares, cuando están lejos, en forma de círculo. Cualquier objeto al que llegan dichas rectas es visible, y al contrario.⁴ Cualquier cosa que se ve bajo un ángulo fijo, tiene un límite fijo y un término en el que, una vez llegado, se hace ya invisible. Lo que se encuentra próximo a la vista es visible según una medida; si se aleja, su tamaño va disminuyendo de

1. El autor sigue las primeras proposiciones que Euclides antepone a los teoremas de su óptica. Cf. ed. Heiberg, vol. III, Leipzig, 1895.

2. Literalmente: *del espacio*.

3. Proposición 2 de la Óptica de Euclides.

4. Proposición 3 de la Óptica de Euclides.

modo que progresivamente va desapareciendo y la fuerza de la visión no lo alcanza. Todo lo que se ve bajo un ángulo grande nos parece grande. Lo visto bajo un ángulo pequeño, parece pequeño.¹

Las cosas a las que alcanza la vista, que son conocidas por medio de ella, son los colores, las formas, el cuerpo, la proporción, la estabilidad, el movimiento, el reposo. La vista no percibe ninguna de estas relaciones, sino gracias a dos cosas : la luz y la opacidad, pues cualquier objeto al que no alcance la luz ni tenga un espesor obscuro que prive a la luz de atravesarla, no será visible. Por esto la vista no percibe las cosas tenues atravesadas por la luz. Cualquier objeto visto tiene una parte que es observada en primer lugar, sin mediación de nada más; la otra es observada por medio de otra cosa de la que depende.

Los objetos vistos, por otra causa, se dividen en dos grupos : unos, que son percibidos en su forma y estructura, y otros, que, al contrario, lo son según una semejanza o imagen de la vista o según la semejanza de la cosa que llega a la vista.

Lo visto en primer lugar es aquello alcanzado por la vista inmediatamente, o sea, el cuerpo visto y su color, pues cualquier objeto al que el ojo mira, a pesar de tener su cuerpo espesor y alcanzarle la luz, no se revelará hasta que tenga color; cualquier cosa coloreada no se ve sino por medio de la luz y de la opacidad que teje el cuerpo y que impide a la luz atravesarlo. Así, deducimos que el sentido de la vista necesita tres cosas: la luz que llegue a la cosa brillante que tenga color, y que es lo percibido. Las otras dos cosas ayudan a la visión.² Cualquier objeto que permanezca en las tinieblas no es observable, y ninguna obscuridad es vista,

1. Proposición 4 de la Óptica de Euclides.

2. O sea, la luz y el brillo.

sino sólo sentida, pues nadie ve la obscuridad, sino que se da cuenta por medio de la inteligencia, ya que la obscuridad es carencia de luz.¹ Es lo mismo que ocurre con el sonido y el silencio, puesto que aquél es percibido por el oído, mientras que éste no lo es, y así lo distinguimos. De aquí que todo el que conoce una cosa debe conocer a su contraria, y es debido a esto que se ha dicho que la obscuridad es percibida; pero no vista.

La primera cosa vista es el color, y todo lo que se ve con él es percibido por su mediación y depende de él. Por ejemplo : la corporeidad, forma y proporción, de modo que la vista no los percibe sino en la superficie del cuerpo coloreado, sobre el que inciden los rayos de luz; la cosa primeramente vista es el color, que se acomoda a la visión del ojo, ya que ningún otro sentido corporal puede percibirlo y señorearlo. Las otras relaciones percibidas junto con el color son perceptibles por otros sentidos corporales, y por esto decimos que son vistos en segundo lugar y mediatamente, tal como la disposición, número, movimiento, reposo, que se pueden conocer por el tacto; de esta manera por cualquiera de los dos sentidos podemos decir de un cuerpo que es cuadrado o que está en movimiento. Esto no ocurre con el color, que sólo se puede conocer por la vista. De aquí se desprende que se le ve en primer lugar y que revela la esencia y la forma del cuerpo y lo que se ve en segundo lugar.

Vamos a explicar cómo es que una cosa se ve según su forma y cómo otra no, y decimos que el ojo no percibe el objeto hasta que brille con la luz del aire y el ojo se coloree con el color de la cosa vista y la forma de ésta se imprima y dibuje en el ojo. Por esto con-

1. Teoría que nuestro autor amplía en otra obra suya. Cf. su *Séfer mēguil-lat ha-mēgal-lé*, «Libro revelador», página 10 de nuestra traducción catalana.

viene que el ojo no tenga ningún color y sea apto para recoger la luz y el color que le lleguen desde fuera. De aquí decimos que el ojo percibe el color rojo por la manera con que se enrojece, y el blanco, por la manera con que se vuelve blanco; y todo lo visto depende del color con que se colorea. Si el ojo fuese rojo o verde antes de la visión, vería todas las cosas rojas o verdes o del color que él tuviese, y esto ocasionaría error a la vista, pues se verían las cosas con otro color que el suyo propio.

El ojo también experimenta otros errores relativos a la proporción de la cosa vista, según que se encuentre próxima o lejana al sentido, y también las formas y aspectos cambian en la visión hasta el punto de verse lo largo, corto, y lo corto, largo; lo ancho, estrecho, y lo estrecho, ancho; lo redondo, cuadrado, y lo cuadrado, redondo; etc.¹ También sufre errores en cuanto al lugar del objeto y a su ordenación, viendo lo de la derecha a la izquierda, y viceversa; lo anterior, posterior, y viceversa; las cosas correspondientes como si no lo fuesen, y las cosas situadas en una misma superficie, unas como si subiesen y otras como si bajasen. Sin embargo, con esta ciencia, el hombre puede guardarse de lo que induce a error respecto de la visión normal del objeto; ella da argumentos y pruebas sobre todo esto, así como sobre sus causas, y explica los medios de evitar las causas de estos errores, de modo que el hombre pueda conocer de manera justa y verdadera, sin error, diferencia o duda, la medida, forma y proporción del objeto visto, así como todo lo que con él se relaciona.²

Mediante esta ciencia pueden ser conocidas las dimensiones de los objetos que no puedan ser medidos a pesar

1. Cf. párrafos 4, 5 y siguientes, de la *Óptica* de Euclides. Nuestro autor sigue, sin embargo, el orden de la *Óptica* de al-Fārābī, *Iḥṣāʾ al-ʿulūm*. Cf. edición A. González, Palencia, pág. 36.

2. Alusión a los teoremas y demostraciones de la *Óptica* de Euclides.

de acercarse a ellos,¹ y se puede medir la distancia entre el observador y el objeto lejano o la distancia entre las distintas cosas vistas.² Igualmente determina las dimensiones de los árboles, torres y montañas, únicamente por medio de la visión; la anchura de los mares y ríos cuyas orillas ve; la profundidad de pozos y cisternas, vistos desde su boca; la distancia de las nubes a la tierra, permitiendo precisar dónde se encuentran; la distancia de los astros a la tierra, así como sus dimensiones, determinando los que son mayores que la tierra o que los restantes astros. En la observación de estos objetos es necesario, algunas veces, utilizar instrumentos adecuados para conducir la luz del ojo por el camino recto.³

Todos los objetos vistos lo son, según dijimos antes, gracias a la luz esparcida por el aire o por un cuerpo brillante, que llega al objeto y forma como líneas rectas que van al ojo o salen de él. Algunas de estas líneas o rayos siguen un camino recto hasta llegar al objeto o perder su fuerza y luz : se llaman luces rectas. Otros rayos encuentran en su camino, antes de llegar al objeto, obstáculos y partes brillantes que les impiden proseguir su camino y los hacen volver hacia atrás. Estos rayos se diferencian unos de otros y se les puede agrupar en tres clases : unos vuelven hacia atrás por el mismo camino que habían seguido : estos rayos se llaman *luz conversa*, de modo que en este caso el hombre ve su propia imagen, como ocurre cuando se mira un objeto brillante que corta la luz y la hace volver atrás; otros rayos siguen la dirección del obstáculo (véase la figura 1).⁴

1. Desde aquí el autor traduce casi literalmente el capítulo de la *Óptica* de al-Fārābī, *Iḥṣā' al-'ulūm*, ed. González, Palencia, pág. 36.

2. Cf. teorema 7 y siguientes de la *Óptica* de Euclides.

3. Alusión a las alidadas de los cuadrantes, astrolabios, espejos, etc., que se empleaban para estas operaciones. Cf. nuestro *Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la Catalunya medieval*, I, pp. 29 y sigs.

4. Esta figura falta en los ms. B y V.

A esta luz se la llama *luz difusa*,¹

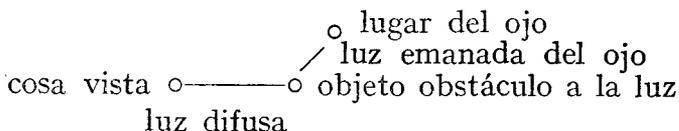


Figura 1

expresión que deriva de «Tú difundirás por la ciudad».² De aquí se deduce que sigue adelante y no vuelve atrás, de modo que por ella se ven cosas alejadas que no entran en la dirección del ojo que no las mira.

Hay otros rayos que no vuelven exactamente en la dirección del ojo, sino desviados a derecha o izquierda, (véase la figura 2).³ Estos rayos se llaman *luz reflejada*,

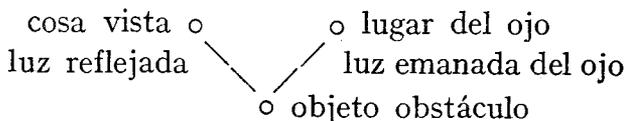


Figura 2

y permiten ver un objeto situado a derecha, izquierda, delante o detrás, a pesar de que no se le observe o mire.⁴

Si el cuerpo que nos devuelve los rayos reflejados es una superficie brillante, vuelven formando ángulos iguales a aquellos con los que llegaron a dicha superficie,⁵ de modo que si llegaron formando ángulo recto, volverán

1. En rigor, es la luz refractada.
2. Jueces IX, 33. En el ms. B es dudosa la lectura.
3. Falta en los ms. B y V.
4. Cf. la terminología empleada por al-Fārābī, en su cap. de *Óptica, op. cit.*, pág. 38.
5. Cf. *Catóptrica*, proposición 2.

sobre sí mismos formando ángulo recto, y si llegaron por un lado, formando ángulo agudo, volverán, por el otro lado, formando un ángulo igual. Si el objeto brillante que hace volver la luz no es una superficie plana, sino esférica o curva, la luz reflejada regresa según un ángulo parecido al ángulo de incidencia,¹ como si entre los dos hubiese una superficie y el cuerpo brillante que se interpone entre el ojo y el objeto fuese el aire denso, diáfano, agua o cosa pulimentada.

La ciencia de la Óptica estudia la forma de la visión según los cuatro rayos vistos : *rectos*, *conversos*, *difusos* y *reflejados*. Explica todos los fenómenos que tienen lugar en la visión. La investigación del modo de la visión por los rayos rectos se llama *ciencia de la visión recta (Optica)*, y la que investiga el proceso de la visión conversa, reflejada y difusa se llama *ciencia de la visión desviada (Dióptrica)*.

Toda esta ciencia es una derivación de la Geometría, llamada en árabe *Handasa*,² y quien la estudia se llama matemático³ o sabio solitario, pues se ocupa en ella todos los días de su vida. Los hay que estudian las restantes ciencias, v. g., la lógica, la física, la metafísica, llamadas, según las palabras de nuestros Rabinos, con los nombres de *Obra de la Creación* y *Obra del Carro*,⁴ o sea, los filósofos metafísicos; no se honra al hombre que consume sus días consagrado únicamente a esta última ciencia, pues aunque es una gran ciencia, muy útil y que conduce el corazón del hombre hacia la inteligencia, no es conveniente perder todos los días en su estudio hasta dominarla por completo; nos basta poseer una parte para

1. Cf. *Catóptrica*, proposición 2.

2. Cf. la pág. 65.

3. Creemos que es la mejor interpretación de la locución hebrea.

4. Alusión a las ciencias físicas o naturales, con la *Obra de la creación*, y a la metafísica con la *Obra del Carro (Merkabá)*, alusión a la visión de la gloria de Dios por Ezequiel.

conducir el corazón al entendimiento de las otras ciencias que derivan de ella, pues la mayor parte de éstas no se puede conocer si no se conoce aquélla. Por esto se dice que su estudio es necesario para el de las otras ciencias, y por esto basta una parte de dicha ciencia filosófica. Por tanto, si se quiere profundizar en un estudio, no es necesario emplear en ella todos los días, sino pasar, como base de partida, hacia el estudio de las ciencias subsiguientes.¹

1. El copista del ms. B dice : «No he hallado más».

Capitel¹ de la segunda columna

Esta ciencia (de la Geometría) vino al mundo por medio de Besalel,² mientras que en la ciencia precedente — la Aritmética — era muy perito Oholiab ben Ahisamak,³ del cual se dice que era artífice (*hošeb*) y perito (*hošeb*); la explicación de esta última palabra es que era sabio en la ciencia del cálculo (*hešbón*) y en toda labor que requiriera el cálculo como la labor de recamador y tejedor. En cuanto a Besalel, era sabio en todas las ciencias del mundo, por cuanto se dice : «Y he llenado a él del espíritu de Dios...»⁴ de modo que las cuatro buenas cualidades con las que adornó Dios a Besalel⁵ corresponden a los cuatro fundamentos de la ciencia. He aquí la explicación de este pasaje : la expresión: «He llenado a él del espíritu de Dios» equivale a la ciencia divina — la teología metafísica — y al estudio de la Ley, que constituye el cuarto fundamento que complementa el modo de ser del hombre; este espíritu de Dios que le dispensó el Señor estaba integrado por tres disposiciones óptimas : «en ciencia», o sea, la ciencia de la corrección ética, la cual representa el fundamento primero puesto a la cabeza de las otras ciencias que informan el corazón humano; «en comprensión», palabra que equivale a la ciencia de la naturaleza y de la disposición de todas las cosas creadas, la cual constituye el fundamento segundo; el hombre no puede aprenderlo hasta que se ha corroborado en ciencia. El pasaje bíblico la

1. Sólo a base del ms. M.

2. Cf. Éx. xxxi, 2.

3. Cf. Éx. xxxi, 6.

4. Éx. xxxi, 3.

5. Cf. la segunda mitad del ver. 3 de Éx. xxxi.

llama con el nombre *těbuná*, «comprensión», porque representa algo sobreabundante respecto a la ciencia, tal como se dice en el pasaje : «¿Quién es el sabio que comprenda estas cosas, el inteligente que las conozca?»¹ en el cual pasaje primero se emplea la locución «sabio» y luego «inteligente». A continuación se decía en el pasaje anterior, relativo a Besalel : «en conocimiento *bě-da'at*», lo cual representa la ciencia humana, o sea, el fundamento tercero, ya que es costumbre llamar a la persona experta en sus cosas, lista en los asuntos y prudente para dar buen consejo a los suyos, con el nombre de «*da'tán*», dotado de conocimiento. En este pasaje² se da el nombre de «oficio» «*mělaká*» a toda artesanía, y por esto vemos que Besalel era cumplido en toda ciencia especulativa y práctica.

Resulta que en este pasaje bíblico, relativo a Besalel, se nos presentan los fundamentos de la ciencia en un orden inverso respecto al pasaje bíblico por el cual abrimos este libro, pues en el pasaje de Besalel recuérdase primeramente la ciencia divina o teológica, y en el otro pasaje se recordaba al final; esta diferencia de orden proviene de que en el pasaje de Besalel se ordenan las ciencias según el orden con que el hombre ha de adquirirlas, que es el orden con que las recibió Besalel : se empieza primeramente por el espíritu de Dios, o sea, el estudio de la Ley y el temor de Dios, estudio que el hombre debe hacer preceder a toda otra ciencia; luego se registran las otras ciencias según el orden de menor a mayor dificultad, hasta cumplirse los cuatro fundamentos de la ciencia. En cambio, en el otro pasaje bíblico se serían según el orden de su excelencia y alteza de sus objetivos; por esto empieza por la ciencia de la corrección ética, que investiga los fines de los seres, y termina con la ciencia de la teología, que investiga en lo más

1. Os. XIV, 10.

2. Final del v. 3 de Éx. XXXI.

maravilloso que puede proponerse una ciencia. En los dos pasajes bíblicos se llama con el nombre de ciencia por antonomasia a la disciplina ética, a causa de su facilidad y de su accesibilidad; y en uno de dichos pasajes se llama a la ciencia natural con el nombre de «*guëburá*» «fortaleza», a causa de que ella estudia la ciencia del Creador e investiga los seres creados y sus naturalezas. Como quiera que el hombre no puede profundizar en esta ciencia hasta que no se ha «fortalecido» su inteligencia, de aquí que en el pasaje segundo se llame «*ëbuná*»,¹ puesto que la «*ëbuná*» complementa a la ciencia, como dijimos más arriba.

Se llama a la ciencia humana con el nombre de «*óser*» en el primer pasaje,² a causa de que ella investiga sobre la conducta o régimen del hombre en el mundo, y en el pasaje segundo se la llama «*dá'at*», ya que el hombre necesita de «conocimiento» «*dá'at*» en sus relaciones con los demás. En el pasaje primero se llama a la ciencia divina con el nombre de «*haškel*»,³ a causa de que los objetivos que investiga miran a la inteligencia y no pueden representarse fuera de nuestra mente y del corazón humano, sin que los sentidos corporales puedan captarlos; en cambio, en el pasaje segundo, debido a su maravilla, se le llama espíritu «*rúah*» pues el hombre sólo puede captarlos adecuadamente gracias al espíritu de Dios. De modo que en cada uno de los dos pasajes se serían las ciencias según una terminología diversa que obedece a una diversa perspectiva : en uno, según el orden que ha de seguir la percepción del hombre para captarlas y según el orden adecuado de aprenderlas; en el otro, según el orden de su excelencia y sutileza de sus objetivos.

He aquí que doy por explicado todo este asunto,

1. Cf. la pág. anterior.

2. Cf. págs. 23 y 30, sobre el sentido dado por el autor a la palabra «*óser*» «riqueza».

3. O sea «comprender». Cf. pág. 23.

que aunque no sea del todo pertinente a mi obra he creído oportuno, puesto que si traje a colación anteriormente palabras profanas, quizá de este modo podré purificar lo profano con lo sagrado. Así es que cierro aquí la *columna segunda*, y empiezo a explicar la *columna tercera*. ¡Que el Creador con sus misericordias y la abundancia de sus benignidades me guíe, a fin de andar por sus caminos, puesto que todo está en su mano!

La *columna tercera* explica la ciencia de la melodía, y esta ciencia se llama, en lengua griega, *música*

INDICE

	<u>Páginas</u>
Dedicatoria	7
PRÓLOGO	9
TRADUCCIÓN DEL TEXTO HEBRAICO :	
Introducción	23
TRATADO PRIMERO :	
<i>Primera columna</i>	39
Parte primera	40
División del número.	41
División del número atendiendo a otra consideración.	43
División del número en razón de su correlación.	44
Clasificación del número con relación a sus partes	47
Tabla de las seis relaciones	49
Parte segunda. Sobre la ciencia del cálculo	50
Modo de multiplicar un número por otro	51
Modo de dividir un número por otro y de deducir la relación que hay entre dos números	53
Maneras de restar un número de otro	55
Modos de multiplicar las fracciones de la unidad	55
Modo de dividir las fracciones	57
Modos de restar una fracción de otra	57
Modos de sumar una fracción a otra.	58
Modos de convertir una fracción en otra	58
Modos de complementar las fracciones	58
Principio del cálculo de compra y venta	60
Procedimientos del cálculo de compra y venta	61
<i>Segunda columna</i>	65
Parte primera	65
Clases de ángulos	68
Orden de la disposición de las líneas	68
Explicación de las partes de la superficie	69
Relaciones de la superficie plana	70

	<u>Páginas</u>
Propiedades de la superficie rodeada por líneas rectas	71
Explicación de las relaciones de la superficie de tres lados o triángulo.	71
Explicación de las relaciones del cuadrilátero	72
Explicación de las relaciones de los polígonos de más de cuatro lados	73
Explicación de las divisiones del cuerpo	74
Explicación de los conceptos relativos al cuerpo rodeado por superficies no planas	75
Propiedades de la esfera	76
Propiedades del cuerpo semejante al huevo (óvalo).	76
Explicación de lo relativo al cuerpo rodeado por dos o más superficies	76
Parte segunda, que explica los conceptos de la Óptica	80
Capitel de la <i>columna segunda</i>	89
<i>Tercera columna</i>	92
EDICIÓN DEL TEXTO HEBRAICO.	99-150

ADICIONES Y CORRECCIONES

Página	[Línea	Dice	Debe decir
20	19	1168	1268
ג	19	מעיינת	המעיינת
ד	11	פלואתם	פלאותם
ז	8	להודות	להודות
ז	25	הגם	הגס
יב	22	אותה	אותו
יד	19	אחד	אחר
יה	22	רוצא	רוצה
יה	23	אחד	אחר
כט	18	בב'	בג'
לט	última	משלחות	משלשות
מ	14	צירה	ציר
מג	5	ומעדמו	ומעמדו
מז	última	המרובע	המונע

ר' אברהם ב"ר חייא הברגלוני
ספר יסודי התבונה ומגדל האמונה

זה ספר יסודי התבונה ומגדל האמונה שנעתק מכתב ערבית ללשון הקדש על יד הנשיא החכם ר' אברהם ב"ר חייא ז"ל הספרדי.

פתח הספר. כתוב כה אמר י' אל יתהלל חכם בחכמתו ואל יתהלל הגבור בגבורתו ואל יתהלל עשיר בעשרו. כי אם בזאת יתהלל המתהלל השכל וידע אותי כי אני י' עושה חסד ומשפט וצדקה בארץ כי באלה חפצתי נאום י'. וכתוב תחלת חכמה יראת י' ודעת קדושים בינה וכתוב ויאמר לאדם הן יראת י' היא חכמה וסוד מרע בינה. ויכול אדם לשאול על הכתובים האלה איך אמר הכתוב אל יתהלל חכם בחכמתו. הנהירו להלל עצמו ואחר כך אמר כי אם בזאת יתהלל המתהלל השכל וידע אותי והרשהו להתהלל בדעת אלהים וידוע וברור הוא לכל אדם שאין חכמה ובינה אלא בדעת אלהים והיודע דעת אלהים ראוי הוא להקרא חכם כמו שפרש בכתוב השני ודעת קדושים בינה. וזה דומה למי שאומר אל יתהלל חכם בחכמתו אבל יתהלל, אדם בחכמה ונראה שני הכתובים מכחישים וסותרין זה את זה. ואנו משיבים על השאלה הונו ומאריכים בה לא מפני שהשאלה קשה אלא מפני שהוא דבר חכמה ונאה לו לאדם להאריך ולהתעסק בדבר חכמה ואנו פותחים ראשונה ואומרים כי מלת חכמה נאמרת¹ על שני ענינים. על החכמה שהיא חכמה ממש שאומר עליה הכתוב והחכמה מאין תמצא, והיא מדע כל הנמצאות על אומד תבניתן ותוכן יצירתם ואומן נתינתן. והוצרכנו לשום בגדר החכמה ג' חוצצים כדי להכניס בגדר 'הזה ג' מעלות ויהיה אומד תבנית הנמצאות מכניס בגדר הזה החכמה מעיינת בצורת הנמצאות, תבנית גופן כחכמת המנין והדומה (fol. 1 v.) לה. ותוכן יצירתם מכניס בו החכמה המעיינת בגופי הנמצאות וסדר יצירתם ככל החכמות המדברות על בנין שמים וארץ ושאר כל היצורים. ואומן נתינתם מכניס בו החכמה המעולה על כל החכמות והיא חכמת התורה נתונה ליראי השם. והמעלות האלה

השלוש מסורות כנגד ג' מעלות האמת והאמונה אשר בחכמה כי החכמה המעיינת בתכלית הנמצאות וצורתן החיצונה מעיינת בדבר שהדעת מקפת לו מכל צדדין ואין לו מחלוקת בין החכמה והאמת בו מוחזק ואין בו ספקה.

והחכמה המעיינת ביצירת הנמצאות וצורתן התיכונה היא חוקרת וביחנת על דברים נסתרים מהעין ומחושי הגוף ואין הדעת שולטת עליהם אלא מדרך הסברא ובין אנשי החכמה בה מחלוקות גדולות והאדם רשאי להחזיק בדברי מי שיראו לו דבריו מהחכמה לראית בינתו והישר בעיניו ואין עליו חסא ואשמה. ויכול להוציא הוצאה מלבו ולהוסיף ולגרוע בדרך בינתו ולא יהיה במעשה הזה סר מדרך החכמה.

והחכמה המעיינת בדברי הקדש היא חכמה מקובלת מרוח הקדש וחוקרת על דברים שאין הדעת מגעת אליהם מעוצם פלואתם ורב נגהם. כאשר אין העין יכולה להביט אל מאור השמש בחצי השמים לפי שאורו בהיר וחזק מאור עין האדם. כן האמונה והאמת בדברי תורה בהירים ומופלאים עד שאין כח בדעות בני אדם יכולה להגיע אליהם אלא על ידי הנביאים אשר האמינם הקב"ה ברוח הקדש וחייב האדם לקבל דבריהם ואין לו רשות להוסיף ולגרוע אלא לסייג ולברר ואם יוסיף או יגרע יהיה חוטא וענוש מהשמים. על דרך הזו היא מעלת החכמה שלוש מעלות והגדר אשר שמנו לחכמה כוללם והחכמות האלה נקראות חכמת שכלנית וחכמת השכל.

ואת הענין השנית אשר החכמה נאמרת עליו בלשון הקדש היא חכמת האומנות והמלאכות שאדם (fol. 2 r.) קונה אותם ולומד לעשותם מבינת לבו כמו שנאמר ויעשו כל חכם לב, וכל אשה חכמת לב. כל זה על עושי המלאכה החכמה באמונתו. וגדר החכמה הזו היא כח שאדם יכול להוציא בו במעשה ידיו כל הצורית והתמינות העומדות בתוך לבו ומפני זה נקראת חכמת לב וחכמה עמלנית.

והאדם קונה שתי החכמות האלה בכח נפשו הדברנית כי הקב"ה מסר באדם ג' נפשות או נפש אחת שיש לה ג' כוחות. אי זה מהן תצרה לג' הענין בו אחד במקום הזה, וחכמי הגוים מתחלקים בו, יש מהן אומרים הנפש אחת היא ויש לה ג' כוחות ויש אומרים ג' נפשות הן והמחלקת הזה אין מויק לה בכאן.

והנפש האחת מג' היא הכח אשר בו האדם צמח וגדל ופרה ורבה ואוכל ושותה ומתאוה לכל תאוות העולם הנה. ובכח הנה הוא דומה לצמח האדמה ולגדולי הארץ ומפני זה קראו לה הנפש הצמחה והנפש המתאוה. והנפש השנית

- יש לה כוח החיים החמה והקנאה והגבורה והתנועה והטלטול ממקום למקום. והאדם דומה בכוח זה לחיות ולבהמות ומפני זה קראוה הנפש החיה ובעלת החימה. והנפש השלישית בה יכול אדם להבין בין טוב לרע בכל עניני העולם ובין הגנאי והשבח במעשי בני האדם ולהבדיל בין האמת ובין השקר בכל הענינים המובנים בלב ולהכיר הנכון מהכזב בדברת האדם. ובדמות האלה נפרד מהחיות ונבדל 5 מהבהמות ודומה למלאכים וגודדי עולם עליוני. והנפש הזאת נקראת נפש הדכרנית והוגה מפני שבנפש הונו האדם הוגה ומדבר. ואין משמע הוגה ומדבר בכאן ההגיון היוצא על פה והדבור הנשמע על הלשון אבל הגיון הלב והנפש ודבורם כי מצינו מלת ההגיון נאמר על ההרהורין והמחשבות שבתוך הלב ועל הענינים הנרשמין והנקשרים בנפש (fol. 2 v.) כמו שאמר הכתוב: יהיו לרצון אמרי פי והגיון לבי 10 לפניך. וכן כתוב: והגיתי בכל פעלך. ולא נכון לפרש והגיתי קריאה והוצאה מהפה אלא במחשבה והרהור שנתן דעתו עליהם על פליאתם. וכן באשמורת אהגה בך. וכן נאמר בדבור אני טרם אכלה אל לבי. והנה היא מדברת על לבה. וכן אתה הבן ממאמרנו הנפש ההוגה והדכרנית הגיון ודבור אשר בלב.
- ובכוח הנפש הונו נתקיים גדר האדם ונגבל תחומו המבונן את יצירתו והנותן 15 סמני ההפרש בינו ובין בעלי החיים והוא החי. הדובר. המת. והחי הוא הכלל הגדול הכונס אותו עם שאר בעלי החיים. והדובר סימן חוצץ בינו ובין כלל הבהמות והחיות והעופות ובין כל החיים שאינם דוברים ומכניסו בכלל המלאכים. והמת סימן אחר חוצץ בינו ובין המלאכים ומכניסו בכלל הבהמות ושאר בעל החיים אשר סוף 20 חיותם למות. ויהיה הדובר בכאן אמור על דבור הלב ועלי הבינה שהוא דומה למלאכים בדבורם ועל אשר בו אדם יכול לדבר ולהבין. ואלו לא היה פירושו כך לא היה האדם נכנס בגדר האדם מפני שאינו מדבר בפיו והוא נקרא אדם וכנס בגדר האדם מפני שהוא מבין בלבו. וכן דובר באיכת אתה יכול לאמרו על מה שהוא מדבר באותה שעה ועל מה שעתיד לדבר. וכן פירושו כל מה אשר אני דובר כל מה שאני מדבר לך מעתה שאני עתיד לדבר. וכן המת האמור בגדר הזה הבן ממנו 25 שסופו למות ואתה מוצא מלת מת אמורה בלשון הקודש על ב ענינים. על המת שחלה עליו המיתה ונפטר מהעולם כמו והנה סיסרא נפל מת. ועל שסופו למות דכתיב הנך מת על האשה. ופרושו (fol. 3 r.) הכי אתה בא לידי מיתה על מה שעשיתה. ותהיה מלת המת אמורה בגדר האדם על אשר סופו למות כי המת הנפטר מעולם 30 אינו נכנס בגדר האדם כי אינו חי ואינו מדבר דכתיב והמתים אינם יודעים מאומה.

והנפש הדברנית אשר באדם היא המעולה והשולטת על שתי נפשות אחרות. והאדם אשר נפשו הזאת נוהגת על דרכה ועל נכונה ותהיינה מדותיה גוברות על שתי נפשות הנשארות הוא האדם המשובח המפואר בכל מעשיו. וכל נפש ונפש מאלו ג' נפשות יש לה מדות טובות. שהיא מתהללת ומדות רעות שהיא מתגנה בהם. ונמצא מהלל הנפש הצמחה היא הצדקות והענוה ושיהיה אדם שולט בראותו ומונע עצמו מתאוות רעות וקניינין מגונים. ומדותיה הרעות כל מה שהוא חלוף הדבר הזה ושיהיה האדם נוטה לתאוות העולם ובוצע להם. ואין אדם יכול לשלוט בתאוותו אם לא יהיה לו עושר וממון שיהיה יכול להרחיק עצמו מקניינים רעים כי העני המוצרך והרעב נזקק מרב דלותו ועניותו ודחקו לכנס בכל קנין שהוא בא אל ידו אם טוב ואם רע. ואתה מוצא מכאן שבכח הנפש הצמחה ומהללה הוא העושר. וכן הנפש החיה יש לה מדות טובות וכנגדה מדות רעות ומדותיה הרעות אם לא תהיה נשמעת לנפש ההוגה ונכנעת אליה ותהיה הנפש הצמחה לוכדת עליה נכנעת לה. ותהיינה כמו כן מדותיה הטובות שתהיה שומעת לנפש ההוגה ומקבלת עצמה ושולטת על הנפש הצמחה ושוברת גסותה. וכל החכמים המשילו הנפש הצמחה לבהמה רעה גסת רוח אשר רצונה לאכול ולהריק כל אשר לפניו. והמשילו נפש החיה למתג ורסן בפי הבהמה הזאת. ואם לא יהיה כח במתג ורסן הזה וחוזק (fol. 3 v.) למנעה מתאותה לא יוכל אדם לרכוב הבהמה הגסה ולחסום פיה ולהנהיגה למקום שירצה. וכן הדרכן והמלמד והמרדע שמורה דעה בפרה בעטנית ורביצנית ומכוין אותה לתלמיה ומשם היתה לנפש החיה צריכה לכח וגבורה ותהיה מהללה ופארה הגבורה. והנפש הדברנית צריכה לשני מידות טובות כדי שתהיה במין האחד מנהגת שתי נפשות האחרות ונותנת להם עצה ותושיה לשמש הגוף בכל צרכי העולם הזה ולתקן על כוחות הגוף ועל מלאכות ואומניות שהם מעסקי העולם. והכתוב קרא למדות האלה חכמה.

והמין השני הוא המדות שהיא מתקנת בהם עצמה ומייצרת בהם כל כוחות נפשיות אשר באדם וקונה בהם זכות העולם הבא וטובותיו. ובמדות האלה יכולה להביט אל כל דבר מופלא ומעולה ממנה. והכתוב קרא למין הזה השכל. ותמצא לנפש ההוגה שתי מהללות והן חכמה והשכל. ובא הכתוב ואמר אל יתהלל חכם בחכמתו כלומר אל יתהלל אדם במדות נפשו ההוגה המיסרת בהן כח הגוף. וכן אל יתהלל הגבור בגבורתו. אל יתהלל בחמדת נפשו החיה. וכן אל יתהלל עשיר בעשרו. אל יתהלל בחמדת נפשו הצמחה כי כל החמדות האלה הן ממדות הגוף ועוסק בענייני העולם הזה. אבל רשאי אדם להתהלל בהשכל והיא מידת נפשו ההוגה שהיא מיסרת בהן

את עצמה ומבטת על העולם העליון. ואין לו להתהלל בהשכל אם לא ידביק לו דעת
 אלהים מפני שאין אדם יכול להגיע אליה וחכמת לבו אם לא יעזרנו המקום ברוח
 הקודש לקבל דברי הנביאים הבאה מרוח הקודש וכל חכמה בלעדיה אינה ראויה
 להשתבח בה מפני שהיא קנין בני אדם. ואיש הקונה אותה ואין מתעסק וטורח
 בדברי תורה וזריז לעשותה הוא כעור באפלה ותועה בין הכרמים ואינו יודע למצוא
 5 הדרך ללכת אל עיר. והקונה יראת השם ותלמוד תורה ואחר יעיין בשאר החכמות
 ילך בדרך ישרה וימצא אחרית טוב וזהו שאמר הכתוב: ראשית (fol. 4 r.) חכמה
 יראת יהוה. והירא את השם ועוסק בתורה חייב להתהלל בחלקו ולהדות לקונו
 ויהיה יודע כי הקב"ה עושה חסד עם האדם ונותן לו דעת ובינה להבין החכמה ולא
 שהיה אדם ראוי לולי חסד המקום שהוא גומל לו ונותן לו עצה ותבונה וזהו שאמר
 10 הכתוב בחכמתו. ולא אמר אל יתהלל בחכמה שלא יאמר אדם החכמה שקניתי חכמתי
 היא ובתבונתי הגעתי אליה. אבל יודה וישתבח לצורו עושה החסד אשר נתן לו
 חכמה בגדל חסדו ורב טובתו. וכן אל יתהלל בגבורתו ויאמר הגבורה שלי לעשות
 משפט. אבל יהלל ליוצרו אשר סיעו בגבורה עד אשר היה בו כח לעשות דין
 15 ומשפט.

וכן בעשרו שלא יתהלל ויאמר שלי הוא ואני קניתי בחכמתי. אבל יתן
 הודאה לקונו שעשה עמו צדקה ונתן לו עושר כי אין העשיר עושה צדקה עם העני
 אלא מצדקת הקב"ה שנתן לו מברכותיו וזה פירוש עושה חסד ומשפט וצדקה
 שיהא אדם משבח לבראו בכל מאודו על מדה ומדה שמודד עמו. אם טוב על החסד
 שגמל י. ואם תמורתו יצדיק הדין. והכל יקבל בסבר פנים ויברך השם על הכל
 20 שהכל בדין וברחמנות. דכתיב יהוה נתן יהוה לקח. כשם שנתן בדין כך לקח בדין
 ועל הכל יש לאיש להודות ולברך לשם הגדול הגבור והנורא. דכתיב יהי שם יהוה
 מבורך. ועל הדרך הזה יעשה חפצת השם. דכתיב כי באלה הפצתי נאם יהוה.
 העושה בענין הזה הוא העושה בחפצו ורצונו שלמקום. והפירוש הזה נוהג בכתוב
 אשר פתחנו בו את הספר מנהג טוב ויפה כדרך פשוט ועל העיון הגם אינו מדוקדק.
 25 והמעייין בו עיון יפה יכול לטעון עליו ויאמר כי בפירוש הזה נתן החכם
 עודף על הגבור כי החכמה מפארת הנפש הדברנית והגבורה מפארת הנפש הבהמית

ועושר מפאר הנפש הצמחית. ואם אין החכם יכול להתהלל בפאר נפשו הדברנית כל שכן שאין רשאי להתהלל בפאר נפשו הבהמית וכל שכן בפאר נפשו הצמחה המתאווה. ואין זה דרך בכתבי הקדש ודברי אלהים חיים לדבר בזה הענין. אבל ראוי הוא הגבור שיהא עודף (fol. 4 v.) מהחכם ועשיר מהגבור ולפי כך הוצרכו כלם לפרש שלא יוכל ללמד מאסור מהלל החכם מהלל הגבור ולא מאסור הגבור אסור העשיר העודף על הגבור ועוד שגנאי הדבר שיהיה אדם מתהלל בדבר הנמשל בו כבהמה וצמחי האדמה. כי הגבורה והכח נמצאות בארי ונמר יתר מהאדם. וקנין וצבירת מצוי בנמלה ובדבורה. וגם המלאכה מצוי בעכביש ובתלעה וברוב עופות וחיות ולא הוצרך הכתוב להזהיר על זאת שאין אדם בער וכסיל שיתהלל באלו המדות. אבל הזהיר הכתוב אדם מתהלל במדת נפשו ההוגה ותהיה הגבורה והחכמה והעושר ממדות נפשו ההוגה. ותהיה הגבורה עודפת על החכמה והעושר מהגבורה ותהיינה כל השמות האלה מסורות לחכמה שהיא מהלל נפש ההוגה על סדרה ועל מעלותיה.

ויהיה אדם בתחלתן קונה חכמה וכשהוא מוסיף על קנין החכמה ומתגבר בה נקרא גבור. והמעדיף על זה נקרא עשיר. ואשר מגיע לעמק החכמה יהיה משכיל. והכתר אשר על ראש החכמות האלה והמגדל הבנוי עליהם הוא דעת אלהים. ואין האדם רשאי להתהלל כי אם בה. דכתיב כי אם כזאת יתהלל המתהלל. וכן אנו מוצאים בדברי הקדש גבורה עודפת מחכמה כי כן דניאל שבח למקום. דכתיב די חכמתא וגבורתא דיליה. וכתוב מהודה ומשבח קדם אלהיך אנא די חכמתא וגבורתא יהבת ליה. וכתוב לי עצה ותושיה אני חכמה ולי גבורה. ותמצא מכאן הגבורה נאמרת על החכמה העודפת וכן תמצא העושר אמור על החכמה. דכתיב עושר וכבוד אתי הון עתק וצדקה. וכתוב ארך ימים בימינה ובשמאלה עשר וכבוד. ולפי שהזכיר עשיר אחר גבור נודע שהעושר בחכמה עדין מהעשיר. ואין נזקקין להביא ראיה על השכל מפני שהוא דבר גלוי וידוע לכל אדם כי השכל הוא עקר החכמות כלן ויסורן והיא המעלה שאין למעלה ממנה.

ואנו מוצאין החכמות אשר בידי החכמים בעולם הנה בראיות על ד' יסודות כנגד ד' שמות שקראם הכתוב בפסוק אשר פתחנו בו. ואמונת השם ותלמוד תורתו אשר (fol. 5 r.) הרשה לנו הכתוב להתהלל בה מקיימת היסודות האלו אשר על ד' פנות החכמה. והוא המגדל הבנוי עליהם. ומתוך שאסר הכתוב להתהלל

במדות האלה אנו רואים שהתירם ללמדם ולהתעסק בהן ומפני זה באתי בחבור הזה להודיע ולגלות ענייני החכמות האלה בדרך קצרה לפי עניות דעתי ודלות בינתי. ואני מחלק החבור הזה לב' מאמרות.

המאמר הראשון: יתפרש בו יסודי התבונה שהתנה עליהם הכתוב מתחלת

הפסוק עד השכל וידוע אותי. והמאמר השני יתברר בו מגדל המפרש בפסוק הזה 5 מן כי אני יהוה עושה עד סוף הפסוק.

והמאמר הראשון מתחלק לד' חלקים ויקרא כל חלק וחלק מהם יסוד כנגד יסודות

החכמה. היסוד הראשון בפירוש חכמת המוסר וחכמת המדבר והיסוד הזה קראו

הכתוב חכמה ועומדים עליו ה' עמודים. העמוד הראשון בחכמת המנין אשר היא

נקרא בלשון ערבי עלם אלעדד. העמוד השני בחכמת השעור הנקרא בלשון ערבי 10 אלהנדסה. העמוד השלישי בחכמת הנגון הנקרא עלם אלתאליף. העמוד הרביעי

בחכמת הכוכבים. עלם אלנג'ום. העמוד החמישי בחכמת הדבר הנקרא אלמנטיק.

וכל אחד מהעמודים האלה נחלקים לשערים והיו נזכרים בתחלת כל עמוד

ועמוד מהם.

15 היסוד השני מפרש חכמת היצורית החוקרת על כל הנמצאות ומבארת תוכן

מציאותם ודרך בריאתם, וקראה הכתוב גבורה. והעמודים הסמוכים עליה שמונה.

העמוד הראשון חוקר על כללות נבראות ותחלת החכמה הזאת ועקרה אשר

ממנו. העמוד השני חוקר על כל גופות הפשוטות שאין מתחלפות בשמים וכוכבים

(fol. 5 v.). העמוד השלישי חוקר על הכאנוור וההפסד הבא על הנמצא תחת

20 השמים. העמוד הרביעי חוקר על פנות היצירה הארבעה ועל הדומה להם.

העמוד החמישי חוקר על גופות מתחלפות אשר תוכן כבדן, ככסף וזהב ודומה

להם. העמוד השישי חוקר על צמח האדמה. העמוד השביעי חוקר על בעלי החיים.

העמוד השמיני חוקר נפש האדם וגופו. הגופנית והרוחנית. וכל העמודים נחלקים

לשערים.

25 היסוד השלישי חוקר על חכמה האינשית והחכמה המדנית הנקראת עושר ועמודיה

ג': העמוד הראשון מפרש דרך שמוש האדם בעצמו. העמוד השני מבאר דרך שמוש

בינו ובין ביתו ועבדיו. העמוד השלישי מבאר דרך עצות המלך ורוזני המדינות.

היסוד הרביעי מפרש חכמת האלהית שקורין לה חכמי הגוים חכמת החכמות ויש להם שני עמודים. העמוד האחד מדבר על כל העניינים הנסדרים בראש החכמות אשר לפני המסורים שם על דרך קבלה והחכמה הזאת נותנת להם אות ומופת. העמוד השני חוקר על האחדית האלהית ועל האור הבהיר ועל כל הנמצאות אשר אינן גופות ולא גלם ואינם נצרכות לגוף ולגלם ככל צבאי עולם העליון. 5 והכתוב קרא לחכמה הזו נקראת בשני שמות האלו אלא להודיעך כי על כל החכמות אשר לפני אי אתה צריך בלימודם אל תלמוד התורה והחכמה הזו אין אדם מבינה על דרכה הנכונה אלא מהתורה וכתבי הקדש. זהו מספר יסודי המאמר הראשון ועמודיו.

ואני מאחר פירוש הלקי המאמר השני עד הגיעו אליו בעזרת השם ואל יאשימוני רבותי המסתכלים בדברי אלה ואהיה בעיניהם כמו שהכניס עצמו (fol. 6 r.) ממצוק ובמקום צר שאינו ראוי ללכת בו ומסתכן בעצמי בצאתי מדרכי ואני מגלה להם את סודי. ולא לרצוני נכנסתי ולא לכבודי להחזיק לי טובה אבל רבים מגדולי דורי שאני חייב לקבל עצתם הביאוני בכל זה מפני שלא היה בכל ארץ צרפת מהחכמות האלו ספר כתוב בלשון עברית ועל פיהם העתקתיים מספרי ישמעאל אל לשון הקדש כהשגת ידי ככתוב איש כמתנת חלקו כברכת יהוה אלהיך אשר נתן לך. וכל אדם חייב להורות מתלמודו כפי בינתו אחד המרבה ואחד הממעיט ושיכוון לבו לשמים ואני מפייס מכל הקורא בחבור הזה שדינני לכף זכות כתכתב בצדק תשפט עמתך. ויגיה בחסדו כל טעות ושגגה שיראה בדברי אלה הן בלשון הן בענין לכשיתברר לו האלהים יכפיל שכרו. וכמו כך אני מתחנן לפני צורי ומבקש מלפניו להיות בעוזרי ולהצילנו מחטא ועון ויתן חנו עלי בעיניו ובעיני כל חסידיו כי הכל בידיו ואין צור מבלעדיו. 10 15 20

החבור הזה מיוסד על שלושה עמודים. העמוד הראשון מן היסוד הראשון מחובר בחכמת המספר הנקראה בלשון יון ארתמאטיקה. והעמוד השני בחכמת השיעור הנקראה גיאומטריא בלשון יון. והעמוד השלישי בחכמת הגנון הנקראה בלשון יון מושיקא.

- 5 העמוד הראשון מפרש חכמת המנין. וחכמת הזאת נקראת בלשון יון ארתמטיקה. וכל חכמי האומות לומדים אותה תחלת כל החכמות מפני שדיעות בני האדם מקבלות את החכמה הזאת מילדותם ואי אתה מוצא אדם שאין מבין ממנה מעט. וכל הלמד אותה אינו צריך בכינתה אל עוזר מחכמה אחרת. מפני שהחכמה הזאת קרובה אל הלב וגלוייה והיא מתחלקת לשני חלקים: החלק האחד על המנין מדרך שהוא נמצא בדעות ועומדת צורתו בלבנות החכמים לא מדרך 10 שהוא בדברים הנמנין בו ועומד בגדודי עולם ובכל הנמצאים בו ואנו קוראים לחלק הזה חכמת המספר. ויהיה השם מפרש לה מהחלק השני. והחלק השני מעיין במנין מדרך שהוא עומד בכל הנמצאות בעולם והוא מונה אותם ובו האדם יכול לחשוב כל עסקיו וקניניו ומפני זה אנו קוראים לה חכמת החשבון. ואנו מתחילים לבאר את שני החלקים האלה בענין זה החבור.

13

ליקוטי מספר המספר לארישמידש. העמוד הראשון מפרש חכמת המנין. B : 1 והחכמה הזאת נקראת בלשון יון אריטמטיקא הנקראת בלשון הקודש חכמת המספר ואבו אסחק בן אזרקאלה העתיקו מספר ארישמידש החכם מן הערבי ללשון הקודש ולקח הדברים המדעיים וההכרחיים ממנו כדי שירוץ המעיין בו. V transcribe en este caso V הנקראה : 2 || מן היסוד הראשון; V om. : מיוסד ; M : בדעות 10 || מושיקא hasta והעמוד V om. desde : 2 - 4 || הנקרא B : ועומדות ; ועומדות M om. desde : 14 - 15 || M om. : והחלק השני 12 || ועומדות B : ועומדות hasta תחזור

החלק הראשון בחכמת המספר

הוי יודע כי המספר הזה או המנין הזה הוא הרבוי הנקבץ מהאחדים. ומשמע
האחדות בכאן הוא ענין הנמצא באחד אשר בו הוא נקרא אחד והאחדות היא
משכללת את צורת האחד ומקיימת תבניתו ומפני שאנו מעיינים במספר הנוצר
בלב הביאנו בגדרו האחדות שהיא נוצרת בלב ולא הביאנו האחד שהוא נמצא
חוצה מהלב. 5

ומתוך שגדר המספר הוא הרבוי הנקבץ מהאחדים או מן החד, אתה רואה
כי זה האחד והאחדות אינה מספר אבל אתה אומר כי האחד הוא מן המספר
והוא עקר המספר ואינו מספר וכן הוא סופר את המספרים ואינו מספר. וכדומה
לו תיבות אלף בית אשר הן עקר לשון הקודש ובהן נבנה כל לשון ויוכן כל
דבר אמור בלשון והן מן הלשון ואינם לשון כי אינם משמיעים ענין מעניני
העולם אשר הלשון מחוה ומלמד אותם וכל ענין אינו נשמע אלא בהם והם
מן הלשון ואינו לשון כן האחד מן המספר ואינו מספר. 10

והאות המעידה על המספר ומפרשת אותו ונותנת בו סימן אשר הוא משכלל
אותו כי כל מספר הוא מחצית שני צדיו, הצד העודף עליו והצד החסר, וכן
הוא מחצית שני צדי צדיו עד תכלית כל צדיו. ואתה מבין האות הזה מן
העשרה על דרך המשל, הצד אשר לפניו העודף הוא י"א והצד אשר מאחריה
החסר ממנה הוא ט' ואתה מוצא העשרה מחצית שני הצדדים האלה בהתקבצם
יחד וכן הוא מחצית שני צדי צדדיה שהם י"ב וה' ומחצית שני צדי צדדיה
שהם י"ג וז' וכן עד תכלית כל צדדיה ובענין הזה תמצא כל המספר מחצית ב'
צדיו עד סופן. והאחד מפני שאינו מספר אין אתה מוצא לו ב' צדדים ומפני שהוא
פשוט בלי מתחלק אתה מוצא אותה מחצית צדו האחד והוא השנים אשר האחד 15

4 || M om. בו 3 || B om. ומשמע האחדות 3-2 || הקבוץ B añade : הוא 2
: והאחדות 8 || בלב hasta הביאנו M y R om. desde 5 || מה שכוללת B : משכללת
B om. : ואינו מספר ; יסוד V : עקר 9 || האחד hasta אתה B om. ; B om. desde
V om. desde 16 || מספר hasta וכן Palabra repetida en : ומפני 21 || על B ; עד 16 || מספר hasta וכן B
: פשוט בלי מתחלק 22 || B : מספר y R מספר B : פשוט בלי מתחלק 22 || B

מחציתו והוא מחצית לדבר אחד מענין אחד ולא מחצה לשני דברים ולא על שני ענינים.

חלקי המספר

- והמספר נחלק לב' חלקים ראשונים והם הזוג והנפרד. הזוג הוא המספר הנחלק בנתים, והנפרד הוא המספר שאינו יכול ליחלק בנתים, ומסימני הזוג שכל חלקיו 5 שהוא נחלק אליהם הם שנים בדמותם. אם החלק האחד יהיה זוג השני יהיה זוג, ואם האחד יהיה נפרד גם השני יהיה נפרד. אבל הנפרד הוא שכל חלקיו לעולם אינם שוים לא במנינם ולא בדמותם אבל האחד לעולם זוג והשני נפרד, ואתה יכול לחלק את הזוג בנתים לשני חלקים שוים במספרם ואי אתה יכול לחלק את הנפרד לשני חלקים שוים במספרם, אבל אם אתה מדקדק בחלוקם ומקריב אותם מן 10 השוה אתה מוצא חלק אחד מוסיף על השני אחד או גורע ממנו אחד כגון ט' כשאתה מחלק אותה לה' חלקים ולד'.
- חלקי הזוג: והזוג נחלק לשני חלקים ראשונים והם זוג הזוג וזוג הנפרד ויתילד ביניהם חלק שלישי והוא זוג הזוג והנפרד. וזוג הזוג כמו ד' ח' י"ו הוא המספר הבא מכפילת הזוג הראשון פעם אחת או יותר מאחת. וזוג הנפרד כמו ו' י"ד י"ח הוא 15 המספר הבא מכפילת הנפרד פעם אחת, וזוג הזוג והנפרד כמו י"ב כ"ד ל"ו הוא המספר הבא מכפילת המספר הנפרד פעמים שיהיה מספרם זוג.
- ומסימני זוג הזוג אם אתה מחלקו בנתים יהיו שני חלקיו זוג וכן כל אחד מחלקיו אם אתה מחלק בנתים יהיו חלקיו זוגות וכן חלקי חלקיו עד שאתה מגיע אל הזוג הראשון והוא שנים כגון מספר י"ו אם תחלקו בנתים יהיו ב' חלקיו 20 ח' ח' ואם תחלק עוד את חלקים האלה יהיו חלקיהם ד' ד' ועוד הם נחלקים לב' ב' שהוא הזוג הראשון ואתה קורא למספר הזה ולכל בתריו הבאים מחלוקם בנתים זוג הזוג עד הגיעם אל הזוג הראשון שהוא שנים.
- ומסימני זוג הנפרד הוא הנחלק בנתים לשני נפרדות פעם אחת בלבד כגון 25 י"ד, נ"ח; ומסימני זוג הזוג והנפרד שהוא נחלק בנתים וחלקיו נחלקים בנתים ואינו

מגיע בחלוקו אל הזוג הראשון כמספר י"ב שהוא נחלק בנתיים לו"ו והם נחלקים לג"ג ואתה מוצא בחלק הזה סימני זוג הזוג והנפרד ודומה לזוג הזוג בחלקו בנתיים למספר שהוא זוג והוא דומה לזוג הנפרד בהגיעו אל מנין נפרד בסוף בתריו.

ובענין שהוא דומה לזוג הזוג הוא נפרש מזוג הנפרד ובענין הדומה לזוג הנפרד נפרש מזוג הזוג, והוא דומה לכל אחד מהם בענין אחד, וקראו את זוג הזוג בשם הזה מפני שאין מונה אותו מספר שאינו זוג והוא מונה אותו פעם זוגות. ונקרא השני זוג הנפרד מפני שהזוג מונה אותו נפרד פעמים והנפרד מונה אותו זוג פעמים, ונקרא זוג הזוג והנפרד מפני שהזוגות המונין לו מהן מונה זוגים פעמים ומהן נפרדים פעמים.

חלקי הנפרד: והנפרד נחלק לשני חלקים לנפרד ראשון ולנפרד שני הנפרד הראשון הוא כל נפרד שאחד לבדו מונה אותו ואין אתה מוצא מספר שיהיה משלים את מנינו בלתי האחד לבדו כגון ג' ה' ז' י"א וכדומה להן. והנפרד השני הוא כל מספר שאתה מוצא מספר שיהיה מונה אותו ולא יהיה המספר הזה כי אם בנפרדות כגון ט' ט"ו כ"א ודומה להם כי מספר ט' תמצא מספר ג' מונה אותו ג' פעמים וכן ה' מונה ט"ו וכן ז' לכ"א ג' פעמים וכן ג' מונה לט"ו בה' פעמים ומונה לכ"א בז' פעמים, וקורין לחלק הזה נפרד הנפרד מפני שכל מספר שהוא מונה אותו הוא נפרד פעמים נפרדות.

ואתה מוצא לנפרד הזה חלק שלישי והוא המספר שהוא שני לגבי עצמו וראשון לגבי מספר אחד ואי אתה מוצא החלוק הזה אלא בין שני מספרים נפרדים כשאתה מקיש אחד מהם אל חברו כגון שני מספרים ט' וכ"ה אשר כל אחד מהם שני בפני עצמו מפני שיש לכל אחד מהם מספר שהוא מונה אותו ואין אתה מוצא מנין שהם מתחברים בו שהוא מונה לשניהם כי התשעה תמצא שלשה מונה אותו ואינו מונה למספר כ"ה, וכן מספר כ"ה חמשה מונה אותו ואינו מונה למספר ט' ואין ג' המספרים האלה דומים למספרי ט"ו כ"א כאשר זכרנו למעלה אשר יש להם מנין שהוא מונה לשניהם והוא ג', ואין אתה מוצא ביוג מספר ראשון

|| הזוג M om. : הזוג בשם 5 || בתריו hasta ודומה M om. : 2 - 3
 B : אתה מוצא 22 || דבר B : נפרד 11 || נפרד M : נפרדים 9 || זוג M : זוגים 8
 B om., M añade ג' : שלשה; ofrece el pasaje alterado;

לבד מהשנים אשר הוא תחלת המנין ואין המספר מונה אותן כי אם אחד והן נקראים ראשון על ב' פנים מפני שהאחד לבדו מונה אותן ומפני שהן ראשון המנין.

חלקי המספר בדרך אחרת

5 והמספר נחלק מדרך אחרת לג' חלקים: למלא ועודף וחסר. והמספר המלא הוא אשר חלקיו המונין אותו ממלאים אותו ואין עודפים עליו ולא פוחתים ממנו כגון מספר ו' אשר חלקיו שתות ושליש וחצי ואי אתה מוצא לו חלק אחר וכשאתה מקבץ שתיתו ושלישו וחציו תמצא בהן ששה לא פחות ולא יותר ודומה לו מספר כ"ח.

10 והמספר העודף הוא אשר חלקיו עודפים על מספרו כמו י"ב אשר אתה מוצא בהן כמו אחד מי"ב וגם שתות ושליש ורביע וחצי וכשאתה כולל כל החלקים האלה יהיה המספר י"ו ויהיה יותר על המספר אשר הם חלקין והוא י"ב.

15 והמספר החסר הוא אשר אין חלקיו ממלאים את מספרו כמספר י"ד אשר תמצא לו חלק אחד מי"ד וגם יש לו שביע ויש לו חצי ואי אתה מוצא בו יותר מאלו ג' חלקים וכשאתה מצרפם יחד יגיע מספרם עד עשרה ולא יותר והוא חסר מי"ד אשר הם חלקיה.

והמשילו החכמים המספר המלא לאדם ישר ותמים והמספר העודף המשילו לאדם שיש לו אברים עודפים כגון מי שיש לו שש אצבעות בידי וברגליו. והמספר החסר המשילו לאדם שהוא פחות אחד מאבריו או יש לו ד' אצבעות בידי וברגליו.

20 וכאשר המספרים העודפים והפוחתים רבים בכל מעלות המספר והמספר המלא מופלא ומעט כי אי אתה מוצא ממנו כי אם אחד במעלת האחדים ובמעלת העשרות ואחד במעלת המאות. ויש מעלות שאי אתה מוצא בו מספר מלא. כן בני האדם אתה מוצא בהם רבים המוסיפים על מדותם ויוצאים מקצתם. וכן תמצא רבים החסרים והגרועים בבני אדם ואין אתה מוצא אדם ישר תמים כי אם אחד באלף כאשר

25 אי אתה מוצא מספר מלא ותמים אלא בדרך מופלא על קצב אחד במספר הזוג

|| אותן hasta כי B om. desde : 2 - 1 || והם R : ואין ; הם M y R : הוא 1
M om. : יותר 11 || אחד מהן M : בהן כמו אחד 10

בלבד על הענין המפורש בספרי החכמה הזאת אשר אין החבור הזה נזקק לפרשו.

חלקי המספר מדרך הקשתו

והמספר זה נחלק למספר רב ומספר מעט, והמספר המעט נקרא חלק אל המספר הרב אם יהיה מונה אותו על השלמות, והוא נקרא מקצת למספר הרב אם לא ישלימנו במנותו אבל ישאיר מעט שאינו יכול למנותו מפני שאינו כמוהו, כמספר 5 ג' והוא נקרא חלק ממספר י"ב מפני שהוא מונה אותו ד' פעמים ומשלימו, ונקרא מקצת המספר ח' מפני שאין משלים אותו במנותו אבל הוא משייר ממנו ב' שהן המעט מג' והם מקצת ח'.

והמספר הרב נקרא כפלים למעט אם יהיה המעט מונה אותו ואם אינו מונה אותו יקרא הרב עודף על המעט ואינו נקרא כפלים לו, וכל שני מספרים שיש להם מספר שהוא מונה לשניהם נקראים מספרים נאותים, השני מספרים ט"ו וכ"ה אשר הם נאותים זה לזה כמספר ה' שהוא מונה לשניהם ומשלים אותם והוא מונה למספר ט"ו ג' פעמים, ולמספר כ"ה ה' פעמים והוא חלק לשניהם לאחד שלישית ולשני חמישית וכל שני מספרים שאין להם מספר שיהיה מונה אותם זולתי האחד שאינו המספר נקרים מספרים נכריים זה מזה כשני מספרים ח' וי"ה וכדומה לחם. 15

וכל מספר שאתה מקיש אותו אל מספר יכול יהיה המספר המוקש אליו שוה לו במנותו וההקשה הזאת נקראת ישרה ושקילה כשאתה מקיש י' אל י' או ק' אל ק', ואין בהקשה הזאת חלקים רבים אבל היא באה לעולם על דרך אחת, ויכול תהיה ההקשה אל מספר עודף עליו או פוחת ממנו והיא נקראת הקשה נחלפת. 20

ויש חלקים רבים כפי רוב תוספת או החסרון ואעפ"כ היא עומדת על ה' שרשים שהן אבות לכל החלקים המתחלקים מהם.

ואלה ה' חלקים נחלקים לשני ענינים, הענין האחד הוא בין מספרים נכריים וכוללים להם שני שרשים, האחד כשאתה מקיש מספר אל מספר אחד שהוא עודף עליו או פוחת ממנו שני חלקים או ג' ואין ביניהם חלק שיהיה מונה לשניהם

|| טאומים B : נאותים 11 || כפל עליו B : כפלים לו 10 || אשר M : אבל 5
 . לפניהם M : לשניהם 24 || טאומים B : נאותים 12

כמספר ה' אל מספר ז' אשר ביניהן ב' והוא שני חלקים לשניהם מפני שהוא שני חמישי ה' ושני שביעי הו'. והשרש השני מההקשה הזאת כל מספר שיהיה מוקש אל כפלו ועוד שני חלקים ממנו או ג' כמספר ה' אל מספר י"ב אשר הוא כפלו וב' חמישיות וכיוצא בדמיונות האלו כגוף המוסיף ג' כפלים וחלקים או יותר או פחות מזה. וכל ההקשה הזאת אינה משמשת באחת מן החכמות אלא בצד רחוק. וענין השני משרשי ההקשה בין שני מספרים נאותים וכוללים לה ג' שרשים. הראשון מהם הקשת מספר אל מספר שהוא מוסיף עליו או פוחת ממנו חלק אחד כמספר ו' אל מספר ח' או ט'. והשני מוסיף עליו או פוחת כפל כשאתה מקיש מספר ו' אל מספר י"ב. והשלישי מורכב משניהם והוא הקשת מספר אל כפלו וחלק אחד כמספר ו' אל ט' אשר הוא כפלו וחצי כפלו.

וכשאתה שונה החלק הראשון בין ג' מספרים יש פעמים שתהיה ביניהם מוצא החלק השני כגון ג' מספרים האלה והם ו' ח' י"ב. אם אתה מקיש ו' אל ח' תמצאנו מוסיף שליש ואם תקיש ח' אל י"ב תמצאנו מוסיף מחצית ואם תקיש ו' אל י"ב תמצאנו כפלו. וכן אם אתה מקיש העודף אל פוחת כמו הקשתך י"ב אל ח' ואחר כן ח' אל ו' ולבסוף י"ב אל ו' תמצא הענין אחד. אלא שאתה בהקשת הפוחת אל העודף עולה בהקשה ובהקשת העודף אל הפוחת יורד בהקשה. וברבוי ההקשות האלה רמז לחכמי המספר הוציאו ממנו אות על כל גדודי העולם שהם נבראים על סוד ההקשה הנאותה. ואתה מוצא כל צלעי הנבראות מוקשים בשעורם על השרש הזה. ושבחו החכמים המעיינים בחכמות החצונות ההקשה הזאת שבח גדול והוא פתח חכמת הנגון ועליה נבנה כל יסודה אשר אתה רואה בעמוד השלישי מן היסוד הזה בע"ה.

סדרי המספר בהקשת חלקיו אליו

וכל מספר שיש לו חלק החלק מונה אותו כמנין החלק עצמו או כמנין חלק אחד מחלקיו. והמספר אשר חלקו מונה אותו במספרו נקרא מספר רבוע

M y : מוסיף 13 || כ"ה M : שני 3 || לשניהם hasta כמספר R om. desde 1 :
 || ברות R , ברכוב M : וברבוי 17 || מחצית ואם hasta R om. ; M y R om. desde
 חלקיו M y R : || חלקן 24 || או hasta כמנין M y R om. desde 23 :

מפני שצלעו האחת שוה לצלעו השנית וכשאתה שונה את צלעו כמנינה יתקבץ המספר הרבוע כמספר ד' וט' וי"ו וכדומה להן. ואשר חלקו מונה אותו כמנין חלק אחד מחלקיו יקרא מספך שטוח ויש לו שני צלעים כמספר ט"ו אשר צלעו האחת ג' והשנית ה'. וכשאתה שונה צלעו כמנין הצלע השנית יתקבץ מספרו השטוח שהוא ט"ו. וכל מספר שאתה מונה אותו באחד לבדו נקרא מספר ארוך מפני שהוא צלע עצמו ואין לו צלע שני כי אם האחד שאינו מספר. והמספר הרבוע דומה לשטוח המרובע בגופי הגלמים. והמספר השטוח דומה לשטוח שאינו מרובע אבל ארכו מוסף על רחבו, והמספר הארוך דומה לקו אשר יש לו אורך בלבד ואין לו רוחב. וכל הענין הזה תראהו מפורש בחכמת השיעור.

וכל המספרים הרביעים הם נמצאים על סדרן מקבוצ האחד אשר הוא הריבוע הראשון עם המספרים הנפרדים על סדרם. והענין הזה אם אתה מקבץ האחד שהוא הרבוע הראשון אל השלש שהן תחלת הנפרדות ואתה מוצא הריבוע השני והוא ד' אשר צלעו ב'. ואם אתה מוסיף על ריבוע השני המספר הנפרד השני והוא ה' יהיה הכל ט' והוא הריבוע השלישי שצלעו ג' וכן אם אתה מוסיף על הריבוע השלישי הנפרד השלישי והוא ז' יצא לך הרביעי והוא י"ו וכן על הסדר הזה לעולם אתה מוסיף על הריבוע המספר הנפרד אשר במלעתו ויצא לך הריבוע התלוי אליו ועד אין סוף. וכן אתה מוצא חמשת ההקשות המנין אשר הן נחלפות תלויות בהקשה הישרה וחוזרות אליה כשאתה מתיר את הקשרם כאשר המספרים הנפרדים קושרים את הריבוע במספר.

והנה אני מצייר לך צורת אחת תראה בה שש ההקשות אשר הם עם הנחלפות עם הישרה סדורות בשלשה מספרים בכל הקשה והקשה כדי שתבין הענין הזה. ואם אתה רוצא להתיר הקשה נחלפת עם ישרה אתה פוחת ראש מספריו מהשני והנשאר אחד הפחת חבר עם השני ופחות מן השלישי וישאר בידך שלשה שהן שוין או מוקשין על שרש אחד שהוא קרוב אל השוה כגון הקשת החלק אשר היא המעלה השלישית בצורה הזאת ומספריה ד' ו' ט'. ואם אתה פוחת ד' מן ו' ישאר בידך

8 || לשטוח hasta המרובע M y R om. desde 7 || מונה M y R : שונה 4
 M : שצלעו ג' 14 || הראשון M y R om. desde 11 - 12 || אינו M y R : ארכו
 om. || 21 || סדור בה B : סדורות 21 ||
 B om. desde 22 - 23 ||

ב' ואם אתה פוחת ב' עם ו' מן ט' ישאר א' והנה נשארו לך מן השלש מספרים
 א' ב' וד' והם מספרי הקשת הכפל בצורה הזאת, ואם אתה פוחת מב' א' ואחר כן
 תפחות מד' שהוא המספר הגדול א' וב' ישאר לך אחד ג' פעמים והוא הקשת
 הישר.

5

לוח שש ההקשות

א	א	א	הקשה ישרה	א
ד	ב	א	הקשת כפל	ב
ט	ו	ד	הקשת חלק	ג
כא	י	ד	הקשת כפל וחלק	ד
כה	טו	ט	הקשת חלקים	ה
סד	כד	ט	הקשת כפל וחלקים	ו

10

והחכמים נוהגים מזה רמו על האדם אם הוא מכריח עצמו וכובש את יצרו
 מתאוות העולם פעם אחת יהיה זריז פעם אחרת להכריח יותר עד שיעלה לגדר
 התמימות וחסד. ולבעלי החכמה הזאת בענין הזה טעמים נאים ונכוחים במוסר הנפש
 וכן יש להם בענין הראשון בסדור המספרים אשר הם רבועים רמו גדול על שבה
 15 האחד שהוא יסוד המספר והוא העקר וחסוד לכל בריות העולם. יהיה השם המיוחד
 האמתי אשר לא יוגדר כי הוא מחוייב המציאות ואין סבה למציאותו יתברך שמו
 לעד ולנצח.

desde : 18 - 17 || וגדר הפרישות M y R : וחסד 14 || קישת M y R : הקשה 6
 מבורך ומשובח לעד M y R. ולנצח hasta האמתי

החלק השני בחכמת החשבון

וכל אשר הקדמנו למעלה מצורת המנין וגדריו הוא מן החכמה השכלנית ומעיינת במנין מהדרך שהוא עומד בלב. וחכמת החשבון אשר אנו באים עתה לדבר עליה בחלק הזה היא מעיינת במנין מדרך שהוא נופל על כל עניני העולם הזה ועל כל עסקיו כי אין לך דבר בעולם הזה שאין המנין משמש ומונה אותו וחופף עליו מכל צדדיו. וכל המנין כלו נכלל בשנים עשר שמות. תשעה מהם הם הזורין חלילה עליו ושלושה מהם בונין מעלותיו. והתשעה שמות הם האחדים והם המעלה הראשונה מהם עד תשעה והג' שמות הן לג' מעלות המנין אחר האחדים והם העשרות והמאות והאלפים. ואלו הארבע הם עקר מעלות המנין אשר הם הזורין עליו ומקיפין אותו כי כל מעלה אשר עולה אל האלפים שמה הצוב משלושת המעלות אשר לפניו אלפי אלפים ועשרות אלפי אלפים ומאות אלפי אלפים ואלפי אלפי אלפים וכן למעלה מזה.

וחכמי החשבון קורין לכל מעלה ומעלה מהמעלות האלה בלשון ישמעאל אוש בסמך ופירושו בלשוננו מענין יסוד ואנו קורין לו בלשון הקדש אוש בשין והוא חצוב מן אושיא יחיטו ואושיא שאמרו רבותינו בתלמוד והוא משמע יסוד ומפני זה אנו אומרים אוש האחדים אחד אוש העשרות שנים ואוש המאות שלשה כאלו היינו אומרים יסוד מעלת האחדים אחד וכן העשרות והמאות.

וחכמי המנין מתעפקים בחשבון על ענינים רבים. ראשונה הם צריכים לחשוב מנין במנין. ושנית לחלק מנין אל מנין. ושלישית לדעת קצב מנין ממנין. ורביעית לפחות מנין מן מנין. וחמישית לספות מנין אל מנין. וששית להשלים מנין במנין ושביעית להשיב מנין אל מנין. וזוה הענין הם צריכים לחלק את האחד ולעיין בחלקיו איך הם נחשבים זה בזה ונמשלים זה עם זה. ואנו נותנים כללות לכל אחד מענינים האלה בדרך החבור הזה. והמבין צורת הענינים האלה נקרא מבין בחכמת החשבון. והממהר בחשבון ומקבץ אותו נחוצ נקרא זריו במלאכת

|| ישמעאל hasta ומעלה B om. desde 13 || הזה hasta ועל B om. desde 5 :
 20 : M y R om. desde || ובני העולם M y R : וחכמי המנין 18 || אושא B : אוש 14
 וששית M : ושביעית 21 || חמישית M : וששית ; אל מנין hasta וחמישית

החשבון, ואינו נקרא על זה חכם בה ומבין וזה דרך הבינה יכול אדם ללומדה וללמדה בספר והמלאכה והזרירות בה אינה גלמדת מספר כי בינה ממעשה הלב והמלאכה ממעשה ידים.

דרך חשבון מנין במנין

5 הוא שיהיה האדם שונה מספר אחד פעמים שיהיה מנינם כמנין האחדים אשר במספר השני, וכל מספר שאתה מונה אותו פעם אחת אינו נוסף והוא עומד במנינו הראשון, ומפני זה אנו אומרים האחד הנחשב על אחד הוא אחד, והשנים על האחד הוא שנים וכן כל מנין שאתה מונה אותו באחד כמו כן אין אתה משנה אותו במספרו. ואם תחשוב אותו בשנים אתה כופל אותו ומוצא כפלים מהמספר הראשון, ואם תחשוב אותו בשלש תמצא בו שלשה מהמספר וכן עד העשרה אשר אם תחשוב אותם בעשרה יהיו מאה. והרוצה לחשוב מספר במספר למעלה מן העשרה הוא צריך שיהיה חשבון מעלת האחדים על האחדים סודר בפיו.

ואם יבא לחשוב שאר המעלות אחת אל אחת יעמיד המספר אשר משני המעלות בדמותו ממעלת האחדים ויחשוב אותם כאלו הם אחדים ויחזיק המנין שמור בידו ואח"כ ידע אוש אחד מן המעלות וירחק מהמעלה השנית כמנין אוש המעלה האחת והמעלה אשר יגיע אליה היא מעלת החשבון אשר שמר בידו האחדים מן המעלה ההיא והעשרות מן המעלות אשר באות אחריה, וכאלו היית רוצה לחשוב שש מאות בד' אלפים אתה נוהג בהם ראשונה מנהג האחדים ותחשוב ששה בד' ויהיו בד' ואתה שומר המספר הזה עמך, וקח אוש 20 המאות שהוא ג' ומנה מן האלפים ג' מעלות והמעלה שמגיע אליה היא מעלת החשבון השמור והיא מעלת מאות האלפים וכן אם אתה מונה אוש האלפים והוא ארבעה ממעלת המאות אתה מגיע כמו כן אל מעלת מאות האלפים ותדע מכאן כי האחדים מהמספר אשר שמרת הם מן המעלה הזאת ומן מעלת אלפי האלפים

R presenta borroso el pasaje || 11 : אותך M : אותם : 11 || 13 : בפיו M : בפיו || 18 : palabra dudosa en B, M om. || 19 : מנהג M y R : מעלת

אשר אחרים הם עשרתיו. מנפי זה אתה אומר כי מספר כ"ד אשר אמרת הם אלפי אלפים ת' אלף כי אחריו הם ארבעה ועשרותיו הם שנים.

ואתה יכול לדעת מעלת המספר הנכלל על דרך אחר והוא שתהיה חושב

אושי שני המעלות ותדע מנין אושיהם והפחות מהם אחד והשאר יהיה מעלת

המספר הנכלל כאלו היית לוקח בדמוי הזה אוש המאות והוא ג' ותחשוב אותו

עם אוש האלפים והוא ארבעה ויהיה הכל שבעה ותפחות ממנו אחד לאוש

וישארו בידך ששה וזה המספר הוא אוש מאות אלפי אלפים אשר היא מעלת

הנכלל בחשבון כאשר חשבת למעלה. וחכמי המנין יודעים מכאן מאי זה טעם

אתה משליך מן שתי האושות בהתקבצם אחד לאוש ותמצא מעלת החשבון

הנכלל והטעם הנה הוא מפני האחד שעולה בחשבון האוש לכאן ולכאן. ואיש

המעין היטב בענין הנה יבין את הטעם ואינו צריך לפירוש אחר.

דרך חלוק מנין על מנין והוצאת קצב מנין מן מנין

חלוק מנין על מנין הוא שתחלק מנין רב על מעט והוצאת קצב מנין מן

מנין. כשאתה מחלק מנין מעט אל רב, ומפני שהענין דומין זה לזה מצד אחד

נתפרשו שניהם בשער אחד. והרוצה לדעת קצב מנין מן מנין יעיין בשני

המספרים אם מעט מהם מונה את הרב ידע כי המעט הוא חלק מן הרב קצוב

שמו מן המספר אשר הוא מונה אותו ב'. כגון מי שהוא רוצה לדעת קצב מספר

ט"ו ממספר ק"פ הוא יודע כי מספר ט"ו מונה את ק"פ י"ב פעמים ומשם הוא

יודע כי ט"ו הוא חלק אחד מי"ב מן ק"פ. ואם אין המעט מונה את הרב יכול

יהיה ביניהם מספר שיהיה לשניהם, ואם הוא כן ידע כמה פעמים מונה הוא

למעט וכמה הוא מונה לרב וכדרך שני המספרים יהיה קצב שני המספרים

הראשונים אחד מן אחד, כגון הרוצה לומר קצב ט"ו מן מאה אתה יודע כי

מספר אשר הוא מונה לשניהם הוא ה' ותמצא המספר הזה מונה למספר ט"ו

ג' פעמים ולמספר ק' הוא מונה אותו כ' פעמים וכקצב ג' מ' כן ט"ו ממספר

ק' והוא עשור וחצי עשור.

M : מנין מן 13 || B om. : מן 9 || והמנין יודע M : וחכמי המנין יודעים 8
y R om. : הראשונים 22 || אל R y

ועוד על דרך אחרת, קח החלק הנמצא לשניהם ביחד וכקצב החלק מן החלק
 כן קצב המספר מן המספר ואתה מוצא לשני מספרים האלה חומש וחמישית
 ט"ו הוא ג' וחמישית ק' הוא כ' וכמו קצב ג' מן כ' כן קצב ט"ו מן ק'.

ואם שני המספרים יהיו נוכריים זה מזה יהיה קצב האחד מן השני חלקים.
 כאלו היית רוצה לדעת מספר ז' מן מ' אתה אומר שחלקו ממנו שבעה חלקים
 מארבעים חלק באחד, זהו דרך בעלי חשבון. ויש מהם המדקדק והוא לוקח חלק
 אחד מהמספר הרב ומקיש אליו המספר המעט והוא בדמיון הוזה עישור הארבעים
 והוא ד' ומקיש אליו השבעה ומוצא בה שנים פחות רביע העשור או חומש פחות
 שמינית החומש, ואם הוא מקיש אותו אל שמינית הארבעים שהם חמשה הוא
 אומר שמינית וב' חמישית שמינית.

וכענין הזה הוא הוצאת קצב מנין מן מנין והוא חלוק מן מספר מעט על
 מספר רב ממנו. וחלוק מספר רב על מספר שהוא המעט ממנו, אם יהיה בנייהן
 חלק שהן שוין בו אתה מחלק חלק הרב על חלק המעט והוא הדין לשני מספרים
 השלמים כאלו היית רוצה לחלק מספר מאה על מספר ט"ו אם אתה מוצא לשניהם
 חלק אחד והוא החומש שהוא כ' ממספר מאה והוא ג' ממספר ט"ו ואם אתה מחלק
 כ' על ג' יהיה ששה ושני שלישי אחד והוא מספר חלוק ק' על ט"ו. ואם אין להם
 חלק שיהיו שוין בו אתה מחלק שני המספרים בעצמן ולעולם כשאתה חושב
 החלק בנחלק עליו והוא המספר המעט יצא לך חמספר הרב, כאלו היית אומר
 מספר שחלקתי אותו על ט"ו והיה החלק ו' וב' שלישיים כמה היה המספר הזה
 אתה חושב ט"ו על ו' וב' שלישיים ויעלה החשבון למאה והוא מספר אשר חלקת.
 ומהכללות האלה אתה יודע לחלק מנין על מנין אם רב ממנו אם מעט ממנו.

דרך חסרון מנין ממנין

ואין אתה צריך בחסרון מנין מן מנין לשים לך דרך שתהיה נוהג עליו אלא
 במעלת החשבון אשר למעלה מאלפי אלפים כגון האומר לך איך תפחות אלף

הארבעים B om. desde הוא hasta עישור || 9-10: B om. desde
 hasta מחלק; M om.; כ' 15 || והענין R: וכענין 11 || אומר שמינית
 יכול M y R: יודע 21 || בנחשב M y R: בנחלק 18

וקפ"ה מעשרת אלפי אלפים, אתה לוקח ראשונה אחד מן המעלה והוא אלף אלפים
 ונשאר לך ט' אלפי אלפים ומהאלף אלפים אשר לקחת תפחות ממנו האלף וקפ"ה
 ויהיה הנשאר בידך ט' מאות אלף ושמנה ותשעים אלף ושמונה מאות וחמשה
 עשר. וכענין הנה אתה מוסיף מנין על מנין ומשלים מנין במנין. ואין אתה צריך
 להוספת פירוש אחר כי הענינים האלה קלים במנין השלם וכל אדם יכול להוציאם
 מלבו מכח הכללות אשר למעלה ואנו באים להורות על אלו הענינים בחלק
 האחד.

דרך חשבון חלקי האחד

הוי יודע כי חשבון המספר השלם בחלקים הוא מענין קצב מנין מן מנין כי
 האומר חשוב י"ז בשליש או חשוב שלישי בי"ז דומה למי שאומר כמה הוא שלישי
 מי"ז ואין בין הענינים שום הפרש בעולם ומפני זה אתה אומר חשבון שלישי
 באחד הוא שלישי וחשבון שלישי בשנים הוא שני שלישי האחד.

ואם תבא לחשבון החלקים בחלקים יהיה בענין הנה הוצאה חלקי החלקים
 ויהיה החשבון שלישי בשליש הוא שלישי השלישי. ובעלי החשבון הקימו לענין
 החלקים בכל דרכי החשבון כלם מספר שיהיה דיין ומוכיח ועל פיו יצא דיני
 החלקים בכל דרכי החשבון בענין הנה. אם יאמר לך חשבו שני שלישים בשני
 שלישים כמה הם. הנה יודע כי שם השלישות הוא שלשה ומן המספר הנה הוא
 שם השליש חצוב ובא וחשוב השלשה על שלשה כשם החלק השני ויהיו ט' ואתה
 משים המספר הנה למוכיח. ואחר תחשוב מניני החלקים והוא ב' על ב' והוא ד'
 ותקיש אלה הארבעה אל תשעה שהוא המוכיח. וכקצב ד' מט' כן קצב ב' שלישיים
 חשובים בב' שלישיים מן האחד והוא ד' תשיעיים.

ואלו הדמיונים מסורים לך חשבון ב' שלישיים על ב' חמישיים תחשוב אתה
 ג' על ה' שהן שמות החלקים ויהיה לך המספר המוכיח ט"ו. ואליו תקיש הד'
 שהוא חשבון החלקים ותאמר כקצב ד' מט' כן קצב החשבון הנה מן האחד

|| החשבון hasta כלם M y R om. 16 - 15 || בחלק M y R : בחלקים 9
 21 || מקים M y R : משים 19 || אדם חשבון R, אדם כפול חשבון M : חשבו 16
 כפולים M pone encima : חשובים

והוא חמישית ושליש חמישית. ואלו היו אומרים לך חשוב שני חלקים מי"א באחד
בב' חלקים מי"ג באחד. תחשוב שמות החלקים והם י"א על י"ג ויהיה קמ"ג ותדע
כי קצב ד' מקמ"ג הוא קצבם מן האחד.

- ואם יאמר לך חשוב ב' חלקים מה' בעשירית האחד בב' שלישי האחד. תדע
5 אתה- כי שם האחד הוא חמישים כמנין חמשה בעשרה ותמנה אלו החמישים
בשלושה שהוא שם החלק השני ויהיה הכל ק"ג ויהיה הכל ד' חלקים מק"ג והוא
המספר המוכיח ותבין כי קצב הד' מק"ג הוא קצבם מן האחד.
וכן אם יאמר חשוב בב' חלקים מחמשה בעשירית האחד בב' חלקים משמנה
בשלישית האחד אתה נזקק לדעת שמות החלקים ותחשוב ה' בי' ויהיה נ' והם
10 שם החלק האחד ותחשוב ח' בג' ויהיה כ"ד והוא שם החלק השני ואחר חשוב נ'
על כ"ד ויהיו אלף ור'. והוא המספר המוכיח שתקיש אליו. ויהיה קצב ד' מאלף
ור' הוא קצבם מן האחד. ומתדמיונות האלה תוכל להבין דרך חשבון החלקים וחלקי
החלקים במספר השלם ובחלקים ובחלקי החלקים.

דרך חלוק החלקים

- 15 אתה מקים ראשונה מספר שיהיה מוכיח ואליו תקיש כל חשבונך כגון האומר
לך חלק ג' שמיניות על ב' חמישיות. אתה חושב ראשונה שמות החלקים והם
ח על ה' והנה המספר המוכיח מ' וקח ג' שמיניות מ' והם ט"ו וב' חמישיותיו
והם י"ו ונחלק ט"ו על י"ו הוא חלק ג' שמיניות על ב' חמישיות והוא אחד חסר
חצי שמינית.
- 20 ועל הדרך הזה אתה יכול להוציא קצב חלק מחלק. כגון האומר כמה הם ג'
שמיניות מב' חמישיות. אתה מקים המספר המוכיח מ' וב' חמישיות הם י"ו
וג' שמיניות י"ו הוא ו'. וכקצב ו' מן מ' כן קצב ג' שמיניות מב' חמישיות
מן האחד והוא שמינית וחומש שמינית וכן כל כדומה לזה.

hasta והוא M-y-R-om. desde 10 : מק"ג hasta ויהיה B y R om. desde 6 :
וחלקי 12 - 13 || ד' חלקים מאלף ומאתים חלקים באחד M añade || 11 || השני
M om. : חלק 16 || M om. : החלקים

דרך חסרון חלק מחלק

וכן לפחות חלק מחלק יצטרך למספר המוכיח ועל פיו יצא מספר החשבון כגון האומר השלך ג' שביעיות מב' שלישיות. ואתה מקים מספר המוכיח במקום הזה כ"א ותקה ב' שלישיות והם י"ד ותשליך מהם ג' שביעיות והם ט' ונשאר לך ה' וכקצב מספר ה' ממספר כ"א כן קצב הנשאר משני שלישיות אחר שהושלך מהם ג' שביעיות והוא שביעית וב' שלישי שביעיות וכן כל הדומה לזה.

דרך תוספת חלק על חלק

וכן בזה נצטרך אל המספר המוכיח כגון האומר הוסף ג' שמיניות על ז' עשיריות תקים אתה בכאן לעמת המספר המוכיח והוא פ' תצרף ג' שמיניותו והם ל' אל ז' עשיריותו והם נ"ו שהם ז' על ח' ויהיו פ"ו והוא הנכלל מב' חלקים בהצטרפם ואתה יודע קצב החלקים המקובצים מנין מן פ' והוא אחד וששת שמיני העשיריות והוא קצב החלקים המקובצים. וכן כל הענין הזה.

דרך חזרת החלקים אחד אל אחד

והענין הזה נוהג בחלקים ואינו נוהג במספר השלם כגון האומר ג' שמיניות כמה עשיריות יהיו. ואתה מקים המוכיח בכאן פ' ותקה ג' שמיניות והם ל' ותחלוק אותן על עשיריותיו והוא ח' ויהיה החלק ד' פחות רביע העשירית מן האחד וכן כל הדומה לענין הזה.

דרך תשלומי החלקים

וכמו כן הענין הזה אינו נוהג במספר השלם כי אם על דרך שאזכיר לך. ואני מתחיל ראשונה בתשלומי החלקים. אם יאמר לך אדם איך תעשה ג' שמיניות

שלישי שביעיות 6 || כי שבעה על שלשה כפולים הם כ"א M añade כ"א 4
 M om. || החלקים המקובצים 11 || B om. || שהם ז' על ח' 10 || והם ה' M añade
 || שהוא כפל שמנה על עשרה M añade פ' ; שמיניות hasta כמה R om. 15 :
 M om. : תשעה 20

האחד עד שיהיה אחד שלם, אתה יודע כי שם השמיני חצוב משמנה כאשר זכרנו למעלה, ומספר הפעמים אשר הם שלשה מונים את השמנה הם ג' פעמים פחות שלישי ובמספר הזה אתה חושב את שלשת השמיניות ויהיו אחד כי כמנין הפעמים אשר מספר אחד מונה את המוכיח כמו כן החלק מונה את האחד.

5 כגון האומר איך תשלים ב' חמישיות ועשירית החומש עד שיהיו אחד. אתה יודע כי המספר המוכיח* בענין הזה הוא נ' כמו שנתפרש לך מהדמיונות אשר למעלה, וב' חמישי המספר הזה כ' ועשירית חמישיתו הוא א' הנה בין הכל הוא כ"א והמספר הזה מונה את החמישים שני פעמים ושלישית פעם ושביעית השליש והוא א' והנה בין הכל נ" ובענין הזה יהיה תשלומי ב' חמישיות ועשירית החומש ויהיה אחד.

10

ומנה התשלומין במספר השלם הוא כמו כן על הענין הזה כגון האומר איך תשלים את השבעה עד שיהיו י"ו, אתה יודע כי הו' מונה את י"ו ב' פעמים וב' שביעי פעם ובהם יהיו תשלומין.

וכל הענינים האלה הם דרכי החשבון המונה את כל עסקי העולם, והמבין אותם יכול להוציא מהם דרך חשבוני בני אדם במקחם ובממכרם, ולפי שרצוני להקל על המעיין בחבור הזה אני מפרש מחשבוני המקח והממכר כללות שיוכל אדם להקיש אליו כל דבר ולהוציא מהם כל חשבוני עסקיו.

15

7 - 8 : B y R om. || שהם חמש על עשרה M : נ' 6 || הן M : כן 4
 desde 'נ' hasta והוא 9 : B y R om. || הוא hasta 'א

פתח חשבוני המקה והממכר

הוי יודע כי כל ד' מספרים שיהיו בב' סדרי ההקש השוה והוא שיהיה חלק
האחד או חלקיו מן השני הן הן חלק השלישי או חלקיו מן הרביעי כי המספרים
האלה אם אתה חושב הראשון ברביעי יהיה מספר חשבונו כמו חשבון השני
בשלישי. 5

והדמיון לזה הם שני מספרים ד' וט"ו עם מספרי י"ב ומ"ה והראשון שהוא ד'
הוא חלקים ממספר ט"ו אשר הוא השני כמו חלקי י"ב אשר הוא שלישי מן מספר
מ"ה והוא הרביעי. ואם אתה חושב ד' והוא הראשון במספר מ"ה והוא הרביעי
יהיה מספרו כמספר ט"ו והוא השני במספר י"ב השלישי. ועוד המספר הראשון
והוא ד' אם תקיש אותו אל י"ב השלישי יהיה דומה להקשתך ט"ו אל מ"ה הרביעי 10
ואתה מוצא מספר ד' והוא הראשון נקוש אל שני מספרים. אל השני ואל השלישי
ואינו נקוש אל הרביעי וכן השני נקוש אל הראשון ואל הרביעי ואינו נקוש אל
השלישי. והמספרים הנקושים זה לזה נקראים חברים ושאינן נקושים נקראים נכריים.
ומן כאן אתה למד שכל ד' מספרים שהם שוים בהקשה אם אתה חושב האחד
מן סדרי ההקשה עם הנכרי לו מסדר ההקשה השנייה יהיה שוה לחשבון חברו 15
בהקשה באשר הוא נכרי לו מן ההקשה השנית כאשר הראיתך בדמיון זה.
ואתה צריך לתת לבך בענין הזה ולהבין אותו עד אשר תוציא בו כל חשבון

נסתר מן החשבון הגלוי בכל עניני המקח והממכר והשכירות. ואמידת המעשים.
 ושיעור שכרם. וכל עסק ושכר.

דרך חשבוני המקח והממכר

- תדע כי כל עסקי בני אדם בחשבוני מקחם וממכרם ושכירות מעשיהם ושיעור
 כל חלופיהם הם עומדים בין ד' מספרים בב' סדרי ההקשה שוה. הסדר האחד
 5 הוא העסקא והמעשים. והשני השער המסור לו. והסדר השני הנלקח או הנמכר או
 הנשכר. והשני הדמים החייבים לו. והעסק נקוש אל השער כאשר המכר נקוש
 אל הדמים ועוד נקוש העסק אל המכר כאשר נקוש השער אל הדמים ואלו הם
 החברים ותמצא לעולם העסק נכרי לדמים והמכר נכרי לשער.
 10 ומפני זה אם אתה חושב העסק בדמים יהיה בחשבון המכר בשער וכן בחלוף.
 ובכל עסקי בני האדם שלשה מאלו הארבעה הם ידועים לעולם והרביעי נסתר.
 ואנו נוציא אותו מכח הידועים ואם אתה חושב אחד מהשלשה הידועים בנכרי
 לו מהם ותדע המספר הנכלל בחשבון ותחלק על השלישי הידוע. אתה מוצא
 הרביעי הנסתר.
 15 כגון האומר י' כורי חטה בו' דינרין כמה כורין אוכל ליקח בד' דינרין
 והמסחר הוא י' כורין. והשער המסור לו ו' ואלו הב' עומדים בהקשה אחת ואתה
 יודע מן ההקשה השנית ד' דינרין והם הדמים הנכרים לגבי המסחר ואתה מבקש
 לדעת המכר הנסתר. ובענין הזה ב' הנכריים אשר בב' הידועים הם הדמים והמסחר
 וחשוב אתה מפני זה י' בד' ויהיה מ' ותחלק אותם על השער ידוע והוא ו' יהיה
 20 המכר ו' כורין וב' שלישי כור והוא המספר הנסתר אשר אתה מבקש. ובכאן היה
 המספר השלישי נסתר והוא המכר.
 וזה הכלל יהיה בידך כי כפל הקצות ככפל האמצעיים והנה אם לא ידעת

|| בשלשה B : בב' 18 || M om. : הדמים ; M om. : ועוד 8 || הסחורה M : העסקא 6
 20 || הסתור M : נסתר 21 || הסתור M : הנסתר 20
 || 22 : B om. desde וזה hasta el primer punto y aparte de la página
 siguiente, mientras que R presenta una gran laguna, por homoioteleuton, que
 abarca todo este pasaje y unas líneas más.

האמצעי האחת ותכפול הקצות זה על זה ותחלק על האמצעי אשר לך ותמצא האמצעי הנעלם. וככה אם לא ידעת אחת הקצות ערוך האמצעי האחד על חברו וחלק על אחת הקצות הנודעות וכמוהו יהיה הקצה הנסתר. וזה יודע בכפול מה שיצא בחלוק עם המחולק עליו כאשר אמרנו ובין ותדע.

5 ואילו היה המספר הרביעי נסתר כגון האומר י' כורי חטין בו' דינרין כמה

הם דמי ד' כורין. ובכאן הוא דמי המכר נסתר והוא המספר הרביעי. ואם אתה רוצה לגלותו חשוב השער שהוא ו' במכר שהוא ד' ויהיה כ"ד חלקהו על המסחר והוא י' ויצא לך דמי המכר הנסתר והוא ב' דינרין וב' חמישי דינר.

וכן אילו היה השער נסתר כגון האומר קניתי ג' עמרים בד' דינרין בכמה

10 הייתי קונה את האיפה. אתה יודע בכאן המכר ודמיו והם ג' עמרים וד' דינרין וכן אתה יודע המסחר י' עמרים האיפה. ונסתר ממך שער האיפה ותרצה לגלותו. ואתה חשוב עמרי האיפה בד' שהם דמי המכר ויהיה מ' נחלק אותו על ג' והם המכר ויצא לך השער הנסתר והוא י"ג דינרין ושליש דינר.

וכן אלו היה המסחר נסתר ותדע השלשה והם השער והמכר ודמיו. כגון

15 האומר לקחתי ו' כורין בד' דינרין כמה כורין אוכל לקנות בו' דינרין. ואתה יודע כאן המכר ודמיו והם ו' כורין וד' דינרין והם הקשה אחת וגם אתה יודע מן ההקשה ראשונה את השער והוא ז' נכרי למכר. ומפני זה אתה חושב אותו בו' אשר הוא המכר ויהיה מ"ב וחלק אותו על ד' והם הדמים ויצא לך המסחר שהיית מבקש והם י' כורין וחצי כור.

20 ואתה רואה מכאן דרך הוצאת המספר הנסתר מתוך המספרים הארבעה שעליהם

סובל כל עסקי העולם וכל מקח וממכר וכל הדומה לו ותוכל לדעת לעולם הרביעי הנסתר מן הג' הגלויים. וכן לענין השכירות כגון האומר שכרתי פועל לשלשים יום בי' זוזים ועשה עמי ח' ימים כמה הוא שכרו. וכאן אתה מדמה ל' ימי השכירות למסחר והי' זוזים לשער המסחר וה' ימים שעבד למכר ויהיה המספר הנסתר ממך 25 דמי המכר. וזה דומה למי שאומר י' כורין בו' דינרין כמה הם דמי ד' כורין אשר

M presenta invertidas : M ב'ו y בד' 15 || (!) ב' M : ג' 13 || המספר M : המכר 6
: ב' 23 || טובב B : סובל 21 || בד' B, por error, pone : בו' 18 ||
B : om.; הנסתר : B om.; למסחר 24 || בב' B

שמתי לך למעלה. ואתה בא ועשה כאשר עשית למעלה וחשוב המכר עם הנכרי לו וחשוב ח' ימים אשר העמדת אותם במקום המכר בי' שהם השער והוא הנכרי למכר ויהיה פ' חלק אותו על המסחר והוא ל' יום ויהיו ג' פחות שלישי. והוא השכר שחייב לו בעבודתו והוא ג' זונין פחות שלישי הנוז.

5 ועל הדרך הזה אתה מדמה כל ענין שיבא לידך לאלה ד' דמיונות ששמתי לך בשער הזה ותוציא הנסתר בחשבונות הן במקח ובמכר הן בשכירות ומלאכה וכל מיני חלופין הנוהגין בבני אדם הנזקקים אל החשבון. והבאתי לך כל המשלים והדמיונות מחשבונים קלים שלא להטריח הלמד והמשכיל יוכל להוציא מאלו הדמיונות כל חשבון חמור.

10 ובכאן תתמתי לך העמוד הראשון במה שיראה לי הכרחי בידיעת אריתמיתיקא כמו שידענו אמנם הערכים והשרשים מפורשים ברובתא אחרינא ואתחיל לפרש העמוד השני מן היסוד בעזרת האל.

העמוד השני

מפרש חכמת השיעור. והחכמה הזאת קורין לה בלשון ישמעאל הנדסה. ובלשון יון גיאומטריאה והחכמה הזאת תלוייה לחכמת המנין כי המקרה הנמצא בעולם תחלה הוא המנין כי כל הנמצא מעניני העולם הוא אחד או שנים או יותר והאחד או השנים הן מחכמת המנין וכל אחד בעולם הוא מתחלק לחלקים או לאברים או לגזרים והענינים האלה הם מחכמת השיעור וחכמת המנין. ועוד כי כל נמצא בעולם אשר אנו שואלים עליו בכמה השאלה באה על דמות נפרדת או על דמות נמשכת. וכל דמות נמשכת צריכה למדירה ואין המדירה יכולה להיות בלא מנין. ומפני כל הענינים האלה היתה חכמת המנין תחלת כל ההכמות. והחכמה הסמוכה לה חכמת השיעור. והחכמה הזאת מתחלקת בחכמות לחלקים רבים בחכמות אשר יוצאות מכחה. ואנו מחלקים עניניה בשני חלקים בערך החבור הזה: החלק הראשון בגדר חכמת השיעור. וגדר כל הענינים אשר היא מעינת בהם ופירושים בדרך קצרה.

חכמת השיעור היא חכמת מפרשת את הגידולים ומודיעה ערכם ויצירתם ומיניהם וסימניהם. והגידולים הם הערכים בלשון אחת הוא כל דבר שיש לו מרחק. והמרחקים הם ג' אורך ורוחב ועומק או רום. כי המרחק השלישי הוא נקרא בשני שמות רום ועומק כפי שני הדרכים שהוא נערך אליהם. והערכים שיש להם המרחקים

|| נמשכת hasta או desde : M om. 8 - 7 || יומטריא M y R : גיאומטריאה 3
B om. : בחכמות 10

הם שלשה. הראשון נקרא גולם ויש לו שלשה מרחקים. והשני נקרא פרוש וקראו לו בשם הזה מפני שהוא פרוש על הגולם כאלו היה חוצה ממנו וזה הפרוש יש לו אורך ורוחב בלבד. והשלישי נקרא קו ויש לו מרחק אחד והוא אורך בלבד.

ואין לך מרחקים יותר מהשלשה אשר לגולם ולהם תמצא ששה צדדין אשר

- 5 הם תכלית כל גולם קטון וגדול אפיה כל העולם כלו תמצא לו ששה צדדין. מהם באורך ב' צדדין והן ימין ושמאל או מזרח ומערב. ומהן ברוחב ב' צדדין והם פנים ואחור או צפון ודרום. ומהם בעומק או ברום שני צדדין והם ראש וסוף או מטה ומעלה. ואם אתה מתחיל מן הראש והולך אל הסוף או מלמעלה ויורד אל מטה אתה קורא זה המרחק עומק. ואם אתה מתחיל מן הסוף והולך אל הראש ומלמטה ועולה למעלה אתה קורא זה המרחק רום. ובדרך קצרה אתה אומר לכל
- 10 גולם אשר הוא תחת הקרקע יש לו עומק. ולכל גולם שהוא למעלה יש לו רום. תמצא הגולם כלה עם רקיע גולמי ויהיה תכלית הגולם פרושים ויהיה להם ב' מרחקים אורך ורוחב וד' צדדין והן ימין ושמאל וצפון ודרום. ואי אתה מוצא להם מעלה ומטה מפני שאין להם עומק. ויהיו כמו כן תכליתי הפרוש פוחתים
- 15 מרחק אחד ויהיה תכליתם הקו ולו אורך בלבד. ותכליתי הקו הוא הנקודה ואין אתה יכול לשום לה מרחק ומפני זה אמרו הנקודה הוא דבר שאין לו ערך ולא מרחק כלל והוא תכלית דבר שאין לו אלא מרחק אחד.

והגולם נמצב בלב ובעין ובכל חושי הגוף והוא נמצא עומד בעצמו. והפרוש אינו נמצא ואינו נראה אלא מדרך עמידתו בגולם ואינו נפשט מהגולם אבל הדעת פושט אותו מן הגוף ומעמידו לבדו בתוך הלב ומפרש ענינו. והקו אינו נמצא אלא בפרוש ואינו נפשט ממנו אבל הדעת פושטו והוא מעמידו בלב ומעיין בו. והנקודה מציאותה בתוך הקו מפני שהיא תכליתו והדעת פושט אותה ומעמידה בתוך הלב.

והחכמה הזאת מעיינת בכל הערכים האלה השלשה ומגידה את יצירתם

|| ואחור או hasta 6-7 : R om. desde והם hasta ימין 6 : M om. || הראשון M : הראש 8 || המרחק hasta עומק 9-10 : B om. desde || והיה hasta תחת 12 : B om. desde || והיה hasta תכלית 18 : M om. desde הגוף hasta ובכל om.

ומיניהם. ואנו מתחילים לפרש עתה חלקי הקו. מיני הקו הראשונים שנים מתפרד ומתרכב, ומיני הקו המתפרד ג' קו מיושר וקו עגול וקו עקום. והקו המיושר הוא ההולך לנוכח שתי הנקודות אשר תכליתיו. והקו העגול הוא כל אשר אי אתה יכול למצוא ג' נקודות על נוכח וימצא בתוכו נקודה שיהיה מרחקה מכל נקודות העגול מרחק אחד. והקו העקום כל קו שאי אתה מוצא שלשה נקודות על נוכח אחד ואף נקודה שיהיה מרחקה מנקודות העקום מרחק אחד אי אתה מוצא בו. והקו המורכב הוא המתחבר משני קוים או יותר יכול יהיו הקוים האלה ממין אחד או יותר ממין אחד. והקוים המתחברים הם נצמדים בנקודה אחד ונפרדים עליה ואנו קורין לפירוד הבא על זאת הנקודה זוית.

מיני הזויות

10

והזויות נחלקים ראשונה לשתיים: זוית שטוחה וזוית גלומה והזוית השטוחה היא פירוד שני קוים הנצמדים יחד בנקודה אחת ונפרדים עליה על שטח אחד. והזוית הגלומה היא פירוד שלשה קוים הנצמדים יחד בנקודה אחת ונפרדים מעליה על שני שטחים. ועוד נחלקים על דרך אחרת לקוים ישרים ולשאינן ישרים ושהאחד מהם ישר והשני אינו ישר אבל עגול או עקום הן בזוית שטוחה או גלומה. ואנו מניחים פירוש הזוית אשר אין קויהם ישרים ומדברים על הזויה הישרה. מיני הזויות הישרות, שלשה: זוית נצבת זוית נרוחת וזוית חדה. והזוית נצבת היא אחת משני זויות אשר על צדי קו העומד על קו אחד וכל אחד מהם שוה בערך לחברתה. והזוית הנרוחת היא המוסיפה בערכה על הנצבת. והזוית החדה המחסרת בערכה מן הנצבת.

15

20

סדר הקוים בישובם

והקוים מדרך ישובם הם על שלשה מינים. מהם אשר ישובם אחד לנוכח

12 || גולמית M : גלומה 11 || M om. : זוית 9 || או יותר ממין אחד M om. : 8
 || M presenta alterado el pasaje : שטחים 14 || M om. : עליה M om.; : פירוד
 14 - 15 : B om. || ולשאינן ישרים. 17 : en el margen de B están dibujadas
 las tres figuras.

השני וערך המרחק אשר ביניהם עומד לעולם על דרך אחת ואינו לא מוסיף ולא גורע. ומהם אשר אין ישובם נכוחים וערך המרחק אשר ביניהן נוסף מצד אחד ונגרע מצד אחד וגם המינים האלה נמצאים בקוים ישרים ובשאינם ישרים. והמין השלישי הוא הקוים הנמשכים אשר האחד מושש את השני על נקודה ונפרד ממנו ואינו מחלק אותו ולא עובר עליו. ואין הענין הזה בין שני קוים ישרים אבל הוא נמצא בין שני עגולים או עקומים או בין שני מינין ממיני הקוים כגון קו ישר וקו עגול או עקום. וזה הענין מספיק בפירוש מחלקי הקו.

באור חלקי הפרוש

והפרוש הוא המוקף מכל סביבותיו בקוים הן ישרים הן שאינן ישרים או מעורבבים מן ישר ומן שאינו ישר. מיני הפרוש מדרך משיכתו בקרקע הגולם הם שלשה מינין: האחד ישר והשני קבוב והשלישי עקמומי. והשטח הישר הוא הנמשך על יושר הקוים המקיפים אותו ועל נכחם וכל קו אשר תשים אותו על גב השטח תמצאנו מכוון כנגד קוי תכליתו ואינו עולה מהם ולא יורד, וזהו הנקרא לבדו שטח בחכמת השיעור. והפרוש הקבוב הוא הרקיע המקיף את קו הקובה מלמעלה, והרקיע הזה יהיה עגול ויהיה עקום. והפרוש העקמומי הוא הרקיע המקיף את גב הקובה מלמטה ויהיה כמו כן עגול או עקום.

עניני השטח הישר

והשטח הישר הוא נחלק על ג' מינים גדולים. האחד הוא אשר יקיף אותו קו אחד מכל סביביו ויהיה הקו הזה עגול או עקום ולא יתכן להיות קו ישר. והשטח אשר קו האחד המקיפו הוא עגול אנו קורין לשטח עגולה ישרה אם הוא בשטח ישר, ואם תמצא בכדור או בעגול הרקיע אנו קוראים לה אופן. ואם יהיה הקו תמקיף אותו עקום אנו קורין לה עגולה עקומה.

20 || גו : M : גב 16 || גו : M : קו 15 || גו : M : גב 13 || ובשאינם ישרים. M om. : 3
לה hasta אופן M om. : 22 - 23 || M om. : קו אחד

והמין השני הוא המקיף אותו שני קוים ולא יתכן גם בנה להיות הקוים שניהם ישרים אבל יכול יהיה האחד מהן ישר והשני אינו ישר או שניהם עגולים או עקומים או מתחברים מעגול ועקום. ואין אנו משגיחין לפרש המין הזה בכאן. והמין השלישי אשר הקוים המקיפים אותו יתר משני קוים הנה כלם ישרים או אינם ישרים או מתחברים מן הישרים ושאינן ישרים. 5

סימן המין הראשון אשר יקיף אותו קו אחד והוא הנחלק לעגול ועקום. השטח העגול הוא הנמצא באמצעיתו נקודה אחת אשר כל קו שתוציא ממנה אל הקו המקיף יהיו שוים בערכם זה לזה, והנקודה הזאת נקראת ציר העגול אשר הוא טובב עליו וכל קו אשר הוא עובר על ציר העגול ומגיע מב' פנותיו אל הקו המקיף הוא נקרא אלכסון העגול. 10

והשטח העקום אין מרחק הנקודה אשר באמצעיתה מהקו המקיף לו מרחק אחד ויש לו שני אלכסונים, האחד עורך על השני ואין אנו צריכין לפרש סימני השני מהמינין מפני שאינו מותר בחבור הזה.

סימני המין השלישי והוא השטח המוקף בקוים ישרים

ומיני השטח אשר כל קויו ישרים הם שלשה מינים גדולים. הראשון מהם הוא המשלש והוא המקיף אותו ג' קוים ישרים, והשני הוא המרובע והוא אשר יקיף אותו ד' קוים ישרים והשלישי הוא המרבה ד' פנות אשר הקוים המקיפים אותו הן עודפים על ד' כגון המחומש אשר יקיפו אותו ה' קוים וכן ממנו ולמעלה עד אין סוף. ואנו קורין לקוי המקיפים את השטח צלעי השטח. 15

פירוש עניני השטח אשר לו שלשה צלעים ונקרא משולש

סימני השטח כי כל שני צלעים מצלעיו המקיפות אותו הן עודפות באורך על הצלע השלישית מהן לעולם. ומסימניו כי כל זוויתיו השלש ערכם כערך שתי זוויות נצבות לא פחות ולא יותר. 20

9 קו : M om.; B om. מב' || מתיר M : מותר 13 || 16 - 17 : M om. desde
ה' hasta עודפים M om. 18 || פנות hasta הוא המרובע

והמשלש נחלק מצד צלעיו המקיפות אותו לשלשה מינין. האחד הוא אשר כל זווית מזוויותיו זווית חדה והוא הנקרא מחודד הזווית. והמין הנה תמצא בו שלשה מיני צלעים. יכול יהיה בכל צלעיו שוות ויכול יהיה שני מצלעיו שוות ויכול שלא תהיה אחת מהן שוה לחברתם.

5 והמין השני הוא אשר יש לו זווית אחת נצבת ושתיים חדות והוא נקרא משלש נצב הזווית. ולא יתכן להיות ג' צלעות המשלש הנה שוות יחד אבל יכול להמצא ב' מהן שוות יחד.

והמין השלישי הוא אשר יש לו זווית אחת נרוחת והוא נקרא מרווח הזווית ולא יתכן להיות שלש צלעותיו שוות כאשר לא נכון בנצב הזוויות.

10 וסימן המשלש מחדד הזוויות אם אתה מרבע איזה צלע שתמצא מצלעיו תמצא רבועו חסר מרובע ב' הצלעות הנשארות. וסימן המשלש אשר לו זווית נצבת. אם אתה מרבע את צלעו העומדת נכח הזווית הנצבה יהיה רבועה שוה לרבוע צלעות הנשארות העומדות על קרן הזווית הנצבה לא פחות ולא יותר. וסימן המשלש מרווח הזווית. אם אתה מרבע צלעו העומדת נכח הזווית המרויחה יהיה רבועה עודף על רבוע שני צלעות הנשארות העומדות על קרן הזווית המרויחה.

15

פירוש עניני השטח המרובע

השטח המרובע הוא אשר יש לו ד' צלעות מקיפות אותו מארבע פנותיו. ואתה יכול לחלקו לשני משלשים בקו האלכסון החולק אותו. והמרובע יש לו ד' זוויות והם שוות לעולם בערכם לד' זוויות נצבות לא פחות ולא יותר. והוא מתחלק מדרך צלעיו מן זוויותיו לה' חלקים. החלק הראשון הוא אשר ארבע צלעיו כלם שוים בערכם אחת אל אחת וכן זוויות ד' כל אחת מהן זווית נצבה וזה נקרא רבוע. והשני הוא אשר שני מצלעיו הם נכוחיות ושוות וכן צלעותיו אחרות שוות כמו כן וד' זוויותיו כלם ולה נקרא מרובע ארוך. והשלישי דומה לראשון בצלעיו שהן שוות אלא שזוויותיו אינם נצבות וזה נקרא מעויין. והרביעי דומה לשני שכל

20

שני מצלעותיו העומדות זו כנגד זו נכחיות ושוות אלא שזויותיו אינן נצבות וזה נקרא דומה למעויין.

ואלו הד' מינין מן המרובעות הם המינים אשר החכמה הזאת מעיינת בהן מן המרובעות וחוקרת על עניניהם והחקירה בהם מועלת בחכמות אשר אחריה מפני שאלו הארבעה יש להם איוון בהקשת צלעותם אחת אל אחת. 5

והמין החמישי הוא כל מרובע שאתה אין מוצא בו אחד מעניני הד' מינין שלפניו והמין הזה נקרא מרובע נפתל. ואם אתה מחלק המין הזה לכל צורות המרובעים הנפרדים ממנו יגיע מספר חלקיו אל שמנה עשרה צורה.

פירוש עניני השטח המרבה צלעות

הוא כל שטח אשר צלעותיו עודפות על ארבע כגון המחומש והמשושש וכל אחד מהם נחלק לשלשה חלקים. האחד הוא אשר כל צלעותיו וזויותיו שוות בערכם זו לזו ובארכן. והשני הוא כל אשר [צלעותיו] שוות בארך זו לזו ואין זויותיו שוות בערכם. והשלישי הוא כל אשר אין צלעותיו שוות ולא זויותיו. 10

וכל שטח אשר תהיינה צלעותיו וזויותיו שוות אתה יכול לעגל בתוכו עגולה ויהיה כל צלע מצלעות השטח מושש לעגול מבחוץ וכן אתה יכול לעגל עליו עגולה ויהיה כל קרן מקרנות השטח מושש לעגולה מבפנים. 15

וכל שטח אשר צלעיו מרבות על המשלש הוא נחלק למשלשות. ומנין המשלשות אשר הוא נחלק אליהם פוחת ממספר צלעותיו שנים. כגון המרובע אשר לו ארבע צלעות והוא נחלק לשני משלשים והם חסרות ממספר צלעותיו שנים. ואתה למד מן הענין הזה כי ערך זויותיו בזוית הנצבה כפל מנין המשלשות אשר הוא נחלק אליהם. כי כבר למדת שזוית המשלש שוות לשני זויות נצבות. ובמחומש ערך זויותיו החמש כערך שש זויות נצבות. והמשושש ערך שש זויות כערך ח' זויות נצבות ועל הענין הזה בין והבן ערך זוית כל שטח ומספר המשלשות שהוא נחלק אליהן. 20

4 : M om. desde מן hasta בהם || 5 ייש להם איוון || B omite y presenta un espacio en blanco || 10 והמשושש : M המשושה || 17 אשר : M añade || (!) אין || 21 נחלק : M om. || והמשושש : M והמשושה || 22

פירוש חלקי הגולם

והגולם הוא כאשר למדת למעלה כל ערך אשר יש לו ג' מרחקים ותכליותיו פרושים. ומיני הגולם הראשונים הגדולים שנים. האחד מקיפין לו פרושים שהם שטוחים והשני מקיפין לו פרושים שאינן משוטחים אבל עגולים או עקומים או מעורבים.

5

והגולם המוקף בשטחים מתחלק לשני מינים. האחד גולמים שהכדור יכול להקיפן מלמעלה ויהיה מושש לכל אחד מקרנותיו. והשני הגולמים שאין הכדור יכול להקיפן כענין הזה.

והגולמים שהכדור יכול להקיף הם ה' מינין שויין בשטחים. הראשון גולם אשר לו ד' קרנות חדות וד' צדים ומקיפים מד' צדיו ד' משלשות שוות בצלעותן. והשני אשר לו ה' קרנות וו' צדים ויקיפו מו' צדיו ו' רבועות שוות. והשלישי גולם שיש לו שש קרנות וח' צדים ומקיפים אותו מצדדיו ה' מושבות משלשות שוות בצלעותן. והרביעי גולם שיש לו כ' קרן וי"ב צדדין ומקיפים לו מכל צדדיו י"ב מושבות מחומשות שוות בזויותם וצלעותם והחמישי שיש לו י"ב קרנות וכ' צדין כמו הן מקיפים מכל צדיו כ' מושבות משלש שוה בצלעותיו. ולא יתכן להיות הכדור מקיף לגולם שוה בצלעותן וזויותיו כי אם לחמשה האלה. ויש גולמים שאין מושבותיהן שוות והכדור מקיף להם ואין החבור הזה מכיל פירושם.

15

והגולם אשר הוא מוקף בשטחים ואין הכדור יכול להקיפו על קרנותיו נחלק על חלקים רבים ומינים עד אין סוף אלא שאנשי חכמת השיעור הכניסום בג' מינים. האחד אשר שטחיו משולשות שאין שוות. והשני שטחיו מרובעות שאין זויותיו נצבות. והשלישי מורכב ממשולשות ומרובעות שאינן שוות ומשאר מיני השטחים.

20

פירוש עיני הגולם המוקף בפרושים שאינם שטוחים

ומיני הגולם הזה הגדולים הם שני מינים: האחד גולם אשר יקיף אותו פרוש אחד עגול או עקום. והשני אשר יקיפו אותו שני פרושים או יותר מהם. והגולם

אשר יקיף אותו פרוש אחד עגול הוא הנקרא כדור. ואשר יקיף אותו פרוש אחד עקום נקרא גולם ביצני או גולם דומה לביצה.

וסימני הגולם הנקרא כדור

5 הוא אשר יקיפו פרוש אחד מכל סביביו ובאמצעיתו נקודה אחת וכל הקוים היוצאים ממנה אל פרוש הכדור שוים זה לזה. והנקודה הזאת נקראת ציר הכדור וכל קו העובר על ציר הכדור והוא מגיע בשני צדיו אל הפרוש נקרא אלכסון הכדור. ואם יהיה הכדור סובב על האלכסון הזה אנו קורין לו בעת ההיא ברית הכדור וב' הנקודות אשר הם תכליתי הברית נקראים ראשי הברית וקוראים להם בלשון ישמעאל קטבי הברית.

וסימני הגולם הדומה לביצה

10 ומסימני הגולם הזה שהנקודה האמצעית אשר בתוכו אין מרחקה מכל צדי הפרוש הסובב לה מרחק אחד, ואתה מוצא על הנקודה הזאת קו עובר עליה ומגיע בשתי קצותיו אל פרוש הביצה והקו הזה ארוך מכל קו ישר אשר ימצא בגוף הביצה, והקו הזה נקרא אלכסון. וזאת הנקודה נקראת צירה הביצה. וזה הגולם הביצני יש לו צורות רבות שאין אנו נזקקין להאריך בפירושו.

פירוש עניני הגולם המקיפים אותו שני פרושים או יותר מהם

והגולמים המקיפים אותם פרושים שאינן שטוחים אבל יש מהן שטוח ויש מהן שאינן שטוח נכללים במ' מינין. מהם גולמי המצבות וגולמי החרוטות. ומהן שברי הכדור ושברי המצבות ושברי החרוטות. והמצבה הזאת הנזכרת בחכמה הזאת הוא גולם אשר תכלית ראשו וסופו עגולה והוא עולה בתבניתו עגול על ב' העגולות האלה. והמצבה נוצרת בתוך הלב. וגם בענין המעשה אם אתה מעמיד בתוך החרט צלע אחת מצלעי המרובע ותסובב אותו

16- || הביצני M : הביצני 15 || בכל גו M : בגוף 13 || הערבי M : ישמעאל 9 פרושים M om. desde או hasta 17 :

על צלע המעמד בחרט מסכה אחת עד אשר יחזור אל מקומו אשר התחיל לסבוב ממנו ותעמיד הצורה הזאת בתוך לבך ותבין ממנה תבנית המצבה.

והגולם החרוט הוא לדומה לפרי האלון והגולם הזה נוצר ואם אתה מעמיד בתוך החרט צלע אחת מצלעי משלש שהן נפרדות בו על זוית נצבה ותסוב את המשלש על הצלע הזאת עד שיחזור למקומו אשר התחיל לסבוב ממנו. ומהצורה 5 הזאת תבין תבנית הגולם האלוני.

ושברי הכדור ג מינים : מהן חצי כדור. ומהן יותר מחציו. ומהן פחות מחציו. ושברי המצבה הם שבריה אשר תחלק אליהם בהפרידך אותה בשטח מרובע שיהיה עובר על ראשה ומבתר את שני עגולותיה אשר על ראשה ועל סופה. ושברי האלון 10 הם שבריו אשר יחלק אליהן אם אתה מכרידו בשטח שיהיה מפרידו על נקודת ראשו או על צדי הנקודה הזאת והעובר על ראש האלוני הוא מפרידו בנתיים. והעובר על שני צדי הנקודה הזאת הוא מחלק את האלוני לשברים אחד גדול ואחד קטון.

והחכמה הזאת חוקרת על כל הענינים האלה ובוחנת על צורתם ותבניתם ועל ערכם בשוים ועודפם וחסרונם וענינם וישוכם ונותנת בכל ענין וענין מהם מופתים 15 ואותות נאמנים שאין בהם שום ספק.

והיא נחלקת בעיונה בערכים האלה על שני חלקים : החלק האחד מעיין בקיום ובפרושים ובדומה להם והוא נחלק במחקרו אליהם לחלקים רבים. ממנו חוקר על הקיום אשר בשטח ועל השטחים ועל הגלמים המקיפים בשטחים ועל כל עניניהם 20 המפורשים בספר השרשים לאיקלידס ובדומה לזה הספר מחבורי אקלידס הנזכר וחבור שאר החכמים המעיינים בשיעור על דרכו הנבונה. וממנו מעיין בקיום ובפרושים אשר בכדור ובכל עניניהם הנראין מהם בעמידתן כגון ספרי הכדורות לתאודוסים ומיליאוס וחבריהם. וגם הוא מעיין בהם בסביבתם ובהחלופם את מקומם כאשר הוא מפורש בספרי תנופי הכדורות לטליקוס ולשאר חכמי השעור. וממנו 25 מעיין בקיום ובפרושים העמוקים ובכל עניניהם ובכל הטעמים הנמצאים בהם

M y R om. || 22 : הנבונה || 21 M om. : וענינם ישוכם 15
 בספרי 24 || מוליאוס M y R om. : ומיליאוס || 23 הכדורות M y R om.; הכדורות
 התנאים והסגלות M : הטעמים || 25 ספר הכדור M y R : תנופי הכדורות.

כאשר הוא מפורש בספר הצורות האלוניות לאבלניוס וספר הכדור והמצבה לאריסמידש.

והחלק השני מעיין בגולמים על רוב מיניהם ובכל עניניהם ובצדי מעשיהן ובכל המלאכות אשר הן פארות משרשי החכמה הזאת בספרי הצדדין לאיטימיש וחבריו וכמו ספרי המשקל והכימת והמשא והכבד לאירן ודימוס וחבריהם. ומן החלקים האלה יצמחו חכמות רבות ותקון מלאכות שהן מועילות לבני העולם. ואין החבור הזה יכול לסבול פירושם ועל כן אנו מפרשין עניני חכמה אחת לתת ממנה דמיון לחברותיה בעזרת האל.

M y R : לאיטימיש ; B om. : פארות 4 || ארשמידס R om. : לאריסמידש 2
 וחכמת המשא M : והכימת והמשא 5 || לאטימש

החלק השני מהעמוד השני מפרש עניני חכמת המראה

והנה אשר העין יכול לראות בו את כל הדברים אשר היא מגעת אליהם והם ראויים להראות מכחי הגוף החי. מצינו החכמים המעיינים בחכמות החצונות חוקרים על הענין הזה על שני דרכים. האחד הוא מחקר החכמה החוקרת על תמונת המראה או הראור ועל ערכו ועל שיעור מרחקו מן הנראה ומעמדו ממנו ואיך 5 יהיה הדבר מדבר מעמדו כן העין נראה בתמונתו ואיך יהיה נראה בתמונתו ואיך יהיה נראה שלא בתמונתו. והדרך השנית היא מחקר חכמת היצורית חוקרת על הענינים אשר הם נראים בעין איך הם נראים. ועל איזה ענין הכח פושטת עליהם ונוגעת עליהם ואיך הוא הדעת והלב מבין את הדבר אשר העין רואה אותו. ואין 10 זה הדבר נפרד משני דרכים.

יכול יהיה האור יוצא מהעין והולך ופושט באויר העולם עד שהוא מגיע אל הנראה וכשהוא נוגע אל הנראה הוא מתבונן בצורתו ומודיע את ערכם אל הנפש ההוגה. או יכול יהיה שיהיה אור העולם הנפשט בתוך האויר נושא את צורת הדבר הנראה ומקריב אותה אל שטח העין ואל הלוחות הנזהרות אשר בעין עד שתהיה הצורה נרשמת בשטח העין ונטבעת באור הזהיר אשר בתוך העין. והנפש יודעת 15 את הדבר הנראה מהצורה הזאת הטבועה בתוך העין. ואתה רואה כי המחלוקה הזאת אינה כי אם בצמיחת המרחק בין העין ובין הדבר הנראה אם הוא מתחיל

|| העין נראה hasta ומעמדו M y R om. || 5 - 6 : M y R om. desde ואיך הדבר יהיה מדבר במעמדו מן העין נראה M y R : ואיך יהיה נראה בתמונתו 6 : בצמיחת המרחק 17 || M om. : הנראה מהצורה 16 || החכמה M : חכמת 7 || בתמונתו בצמיחה M.

מהעין והולך אל הנראה או הוא מתחיל מהנראה והולך אל העין. והרוצה למדוד המרחק הזה ולשערו אינו חושש אם הוא מתחיל מן העין או מתחיל מהנראה כי אין החלוק הזה מזיק לו בשעורו כי השעור אחד הוא אם מתחיל מכאן או מתחיל מהלן ומפני זה לא חשו לו חכמי השעור ולא חקרו עליו איזה הוא העקר אבל סמכו על הענין האחד אשר הוא קל בעיניהם לחשבון ולשיעור והוא המתחיל מהעין מפני שהוא דבר עומד במקומו והנראה הוא מתקרב אליו ומתרחק לא מפני שראו אותו נכון יותר מהענין השני אלא מפני שהיה מתוקן להם בדרך מחקרם.

ועל הטעם הזה התחילו בתחלת החכמה הזאת ואמרו האור היוצא מהעין על קוים ישרים והולך אל נוכח הנראה וכל קו וקו מהם יש נוכח כנגדו מן הנראה וכרוב הקוים כן רוב הנכוחיים אשר כנגדם והקוים האלה יוצאים מנקודה אחת מן העין ובצאתם הם מתפרדים ממנה על זוית שטוחה ויתקבץ מן הקוים האלה בהתחברם יחד זוית גלומה ויהיו הקוים האלה בהגיעם אל הנראה כתמונת גולם אלוני ראשו מצד העין ועגולת מושבו הוא עם שטח הנראה. ומפני זה אנו רואים את התמונות המרובעות כשהם מתרחקים מן העין עגולות. וכל דבר שהקוים המראים נוגעים אליו הוא נראה ואשר אין נוגעים אליו ואינו נראה. וכל דבר שהוא נראה בעין על זוית ידועה יש לו תכלית ידועה וסוף כשהוא מגיע אליו הוא נסתר מן העין ואינו נראה וכל הקרוב אל העין יראה אל שעור אחד ואם יתרחק מהעין יתמעט שעורו בראיה וכשהוא מוסיף הרחוק יהיה שעורו מתמעט כמו כן עד שיהיה נסתר מהעין ואין כח הראות מגעת אליו. וכל הנראה על זוית גדולה נראה גדול והנראה על זוית קטנה נראה קטן.

והענינים אשר העין מגעת אליהם והם ידועים מכחה הם הצבעונים והתמונות והגולם והעקר והיישוב והתנועה והעמידה. ואין העין מכרת אחד מהענינים האלה אלא על ידי שני דברים והם אור ועובי וכל דבר שאין האור נופלת ואין לו עובי שיהיה מעמיד את האור מלעבור עליו אינו נראה. מפני זה אין העין רואה כל דבר רקיק שהאור עובר עליו. וכל הנראה בעין יש ממנו נראה ראשונה שלא על ידי דבר אחר ויש ממנו נראה על ידי דבר אחר שהוא תלוי בו ותובע לו.

hasta ויש M om. desde : M om. || 26 : M om. || ידועה 16 || מרחקם M : מחקרם 7
אחר.

- והנראה נחלק על דרך אחר לשני חלקים. יש מהם בתמונתו ותבניתו ויש ממנו שלא בתמונתו אבל הוא כדמות העין או כדמות הדבר המטעה את העין. והנראה ראשונה הוא הדבר אשר העין נוגעת אליו ראשונה ונופלת עליו תחלה והוא גוף הנראה וצבעו כי כל דבר שאין צבעו נראה אינו נראה ואפ"י יש לו עובי בארך גופו ויהיה האור נופל עליו אינו נראה עד שיהיה לו צבעון וכל המצטבע בצבעון אינו נראה אלא עם האור ועובי אורג הגוף וחזקו כדי שיהיה מונע את האור מעבור עליו ואתה מוצא את העין צריכה לשלשה דברים והוא אור שיהיה נופל על דבר נוגה שיש לו צבעון והצבעון הוא הנראה ושני הענינים האחרים משמשים לו ועוזרין אותו עד הראות. וכל דבר שהוא בחשך אינו נראה וכן החשך אינו נראה אבל הוא נודע כי אין אדם רואה את החשך אבל הוא מכיר את החשך בדעתו ותבונתו מפני שהוא העדר האור. והדומה לזה הקול והשתיקה כי הקול הוא נשמע באזנים ואתה מכיר את השתיקה לא מפני שאתה שומעה אבל מפני שאי אתה שומע קול וכמו כן כל המכיר את הדבר הוא ראוי להכיר את חלופו ומפני זה אמרו על החשך שהוא נכר ואינו נראה.
- 15 ותמצא הנראה תחלה הוא הצבעון וכל הנראים עם הצבעון הם נראים על ידי הצבעון ותלואים בו כגון הגולם והתמונה והערך אין אתה רואה אותם אלא על ידי הצבעון כי כלם אין הכח מכיר אותם ומבין את תבניתם אלא בשטח הגולם הצבוע אשר האור נופל עליו ומצינו כי אין דבר נראה ראשית אלא הצבעון בלבד והוא הדבר הנראה לראות העין ואין חוש אחד מכל חושי הגוף יכול להכירו ולשלוט בו. וכל הענינים הנראים עם הצבעון הם נכרים כמו כן בחוש אחד מחושי הגוף ומפני זה אמרו עליהם שהם נראים שנית ועל ידי דבר שהן תלויין בו כגוף התבנית והמספר והתנועה והעמידה אשר אתה יכול להכיר אותם במשישה כאשר אתה מכיר אותם בראיית העין והרי אתה יכול לומר על הגולם הנה שהוא מרבע או שהוא מתענע כשאתה מושש בידך כדרך שאתה מכיר אותו בראיית העין. ואין הצבעון כך שאין אחד מחושי הגוף יכול להכירו בלתי העין בלבד לפי שהוא 25 המסור לעין וכל הנראין בעין נראין על ידו. ונתברר לך מה הוא הדבר הנראה

ראשונה אשר הוא מראה את עצמו ואת תבניתו ומהוא הדבר הנראה שנית ועל ידי דבר אחר.

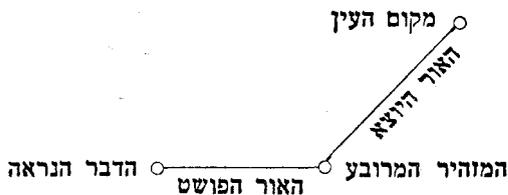
ואנו רואים לפרש על איזה דבר יראה הדבר בתבניתו ואיך יראה שלא בתבניתו. ואנו אימרים כי אין העין מכיר את הנראה עד שתהיה נזהרת באור האויר ומצטבעת בצבעון הדבר הנראה ותהיה צורת הנראה נטבעת בעין ומצטיירת בעין. ומפני זה העין צריכה שלא תהיה לה צבעון אבל תהיה חלוקה מכל אורות ומכל צבעון ומזומנת לקבל את האור ואת הצבעון הבאים אליה או אשר היא נוגעת אליהם. ויראה לך מהענין הזה כי העין מכירה את האדום מפני שהיא מתאדמת ואת הלבן מפני שהיא מתלבנת וכל הענינים הנראים עם הצבעון נראים לה תלויים בצבעון אשר היא מצטבעת בו. ואם תהיה העין קודם הראייה אדמדמת או ירקרקת יראה לה כל דבר שהיא מביטה אליו ירקרק או אדמדם או על צבעון אחד מעין הצבעונים אשר בתוכה וזהו ענין אחד מטעות העין כשהוא רואה את הנראה שלא כדומתו.

וגם העין טועה טעות אחר בערך הנראה ושעורו מדרך קרובו אל העין ורחקו ממנה וגם הדמותות והצורות והתמונות מתחלפות בראות העין עד שתהיה רואה את הארוך קצר ואת הקצר ארוך ואת הרחב צר ואת הצר רחב ואת העגול רבוע ואת הרבוע עגול וכן בשאר התמונות. וכן היא טועה בישוב הנראה ובסדרו עד שתהיה רואה את השמאל ימין ואת הימין שמאל ואת המוקדם מאוחר ואת המאוחר מוקדם. ואת הסדורים אחד כנגד אחד כשאינם סדורים ואת הנתונים בשטח אחד כאלו האחד עולה והאחד יורד. ובחכמה הזאת יכול אדם להפריש בין החכמות האלה המטעיות את הנראה כדרכו ואת הנראה שלא כדרכו. והיא נותנת אותות ומופתים על כל אלה הענינים וחוקרת על עלתם ונותנת צדדים ותנאים להשמר מכל אלה הטעיות עד שיהיה אדם יודע את ערך הנראה ושעורו ותמונתו וכל הענינים הנתלים בראותו על תקונם וישרם בלא שום טעות ולא קירוב ולא ספקא ויסור מעליו כל ספקא שהיא באה בראייה.

|| M om. : וזהו 12 || B om. : הנראה עם הצבעון 9 || נפרדת M : חלוקה 6
 החנונים desde 20 - 19 || מצוק B : צר ואת הצר רחב 16 || M om. : והתמונות
 M om. : ולא קירוב 24 || ואת העולה M : והאחד hasta

ומתוך החכמה הזאת יהיה האדם יודע בראות עינו שעור כל דבר שאינו יכול למדוד אותו ולא לקרב אליו וידע שעור המרחק בינו ובין כל דבר שהוא רחוק ממנו. וגם המרחק אשר הוא בין דברים שהם נמסרים למראית העין וגם אינו מגיע אליהן. וכן ידע אורך האילנות והמגדלים וההרים במראית עינו בלבד וגם רוחב הימים והנהרות אשר הוא רואה את שפתם. וכן עומק הבורות והגבים בעמידתו על שפת הנהר והאגם או על פי הבאר והשוחה. ובה יכול לדעת את רוחק העבים מן הארץ ולאמר על איזה מקום הם עומדים ועל מרחק הכוכבים מהארץ ועל מדתם ועל שעורם ואיזה מהם גדול מן הארץ ואיזה מהם גדול מחברו. והוא מכיר את כל הענינים האלה בהביטו אל הכוכב או על העבים ובראותו אותם יש מהם ענינים שהוא מצטרך בהם אל כלים מתוקנים להנהיג אור העין על דרך ישר כשהוא מסתבל אל הנראה על הכלים האלה. ויש ענינים שאין צריך בהם אל כלי.

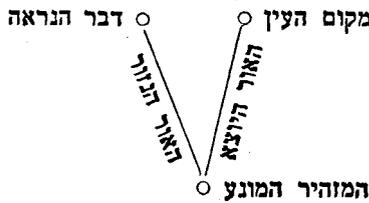
וכל הדברים הנראים הם נראים כאשר זכרנו למעלה על ידי אור הנפרש באויר או בגולם זהיר באויר עד שיגיע אל הנראה. והאור הזה נמצא בקיום ההולכים אל העין או היוצאים מהעין. ואלו הקיום יש מהם על יושר דרכו עד שהוא מגיע אל הנראה או עד שיכלה כחו ויסוף אורו ואלו נקראים אורות ישרים ויש מהם קיום אשר יקרה אותם בדרכם קודם הגעתם אל הנראה מונעות וכלים-נוזהרים שיהיו מונעים את הקיום מלעבור אל הנראה והם משיבים אותם מדרכם אחורנית והקיום האלה שונים מן המקרה הזה הקרה אותם על ג' ענינים יש מהם חוזרות אחורנית על דרך עצמן ועל הדרך שיצאו בה והם נקראים אור נשבר. והאדם רואה בענין הזה צורת עצמו כשהוא מביט בדבר הזהיר השובר את האור ומשיבו לאחור. ויש מהם שהולכים כנגד הדבר המונע כגון הצורה הזאת.



אותם 16 || הפושט M: הנפרש 12 || M om.: ענינים 9 || B om.: ועל שעורם 8
 M om. || 18-19: B om. desde הקיום hasta אחורנית || 21: en B hay un espacio en blanco, pero sin la figura correspondiente.

והאור הזה נקרא אור פושט והשם הזה חצוב מן ופשטת על העיר (?) ואתה
 הבן ממנו שהאור פושט לפניו והולך כנגדו ואינו שב לאחוריו ורואה באור הזה
 דברים שהם רחוקים ואין העין עומדת כנגדם ומביטה אליהן.
 ויש מהן קוים שהן חוזרין אל נוכח העין ולא על נכחה ממש אלא על ימין או
 על שמאל כגון הצורה הזאת.

5



ואלו הקוים נקראים אור נזר. ואדם רואה בענין הזה דבר אשר הוא עומד
 על ימינו או על שמאלו או למעלה ממנו או לאחוריו. ואם אינו מביט אליו או
 מסתכל בו.

והקוים החוזרים אם יהיה המחזירם זוהר שטוח הם חוזרות על זויות שוות
 לזויות אשר הגיע בהם אל השטח הנהיר ואם יהיו נופלות על זוית נצבה הם חוזרות
 על עצמן והיא הזוית הנצבה היא שוה משני צדי הקו. ואם הם נופלים על זוית חדה
 מצד נפילתן הן חוזרין על זויות שוות להן מהצד אשר כנגדן. ואם לא יהיה הזוהר
 המשיב את האור שטוח אבל יהיה עגול או עקום יהיה האור הנזר ממנו חוזר על
 זוית דומה לזוית אשר היא נופל בה אלו היה ביניהן שטח וזה המזהיר החוצץ בין
 העין ובין הדבר הנראה יהיה אויר עבה או זכוכית או מים או דבר מלוטש.

10

15

וחכמת המראה חוקרת על דרך הראייה בכל הקוים הארבעה האלו והם הקוים
 הישרים והקוים הנשברים והקוים הפושטים והקוים הנזורים ומפרשת כל מאורעות
 שהן קוררות בדברי הראייה האלה. והחקירה על דרך המראה בקוים הישרים

5 : en B hay un espacio en blanco, pero sin la figura correspondiente ||
 10 || הדבר הנראה M : דרך הראייה 16 || החוזר B : החוצץ 14 || M om. : הזוהר 10
 בדרכי M : בדברי

נקראת חכמת המראות הישרה, ואותה החוקרת על דרך הראיה הנשברת והנזורה
והפושטה נקראה חכמת המראות המעוקלות.

וכל החכמה הזאת היא תולדה אחת מתולדות חכמת השעור הנקראת אלהנדסה
בערבית. והמעמיק בחכמה הזאת עד סופה הוא נקרא חכם מוסרי או חכם סורי מפני

- 5 שכל חכמתו ובינתו לבו עסק בה כל ימיו בחכמה הזאת בלבד. והמעמיקים בשאר
החכמות כמו חכמת התבונה וחכמת הטבע וחכמת האלקות שהוא מה שאחר הטבע
ובלשון רז"ל מעשה בראשית ומעשה מרכבה והמעמיקים בה הם הנקראים פלוסופים
אלקיים ואינם משיבחים את האדם המכלה כל ימיו בלמוד החכמה הזאת בלבד
ואע"פ שהיא חכמה גדולה ומועילה ומוסרת לבו שלאדם ודעתו אל הבינה אין נאה
10 להאביד כל ימיו בלמודה עד שיהיה מגיע אל עמקה אבל ספק לו מפנה מקצתה כדי
שינהיג בה את לבו להבין שאר החכמות שאחריה כי אין אדם יכול להבין רוב
החכמות אשר אחריה אם לא ישתמש בחכמה הזאת. ומכאן אמרו שלמדה צורך
וחובה וחמדה ללמוד שאר החכמות ומקצתה מספיק בזה, ואם יהיה אדם מעמיק
בה אל ישתמש בה כל ימיו אבל יהיה מנהיג את לבו מלמודה אל למוד שאר
15 החכמות שאחריה.

M 6 - 7 || העסק M : עסק בה 5 || המראות hasta ישרה B om. desde 1 - 2 :
M om. || 9 : אלקיים 8 || פילוסופיות M : פלוסופים 7 || בה hasta כמו B om. desde
M om. || 13 : וחמדה 13 || אחריה hasta כי M om. desde 11 - 12 : ומועילה M om. ||
15 : B concluye el texto diciendo el copista לא מצאתי יותר

כותרת העמוד השני

והחכמה הזאת יצאה לעולם על ידי בצלאל והחכמה הזאת אשר לפניו מחכמי (?)
המנין היא מחכים בה אהליאב בן אחיסמך אשר נאמר עליו חורש וחושב ויהיה
פירוש חושב חכם בחכמת החשבון ובכל מלאכות שהן צריכות לחשבון כגון רוקם
5 ואורג. והיה מן הענין הזה בצלאל חכם בכל החכמות הנמצאות בעולם כי כן כתוב
בו ואמלא אותו רוח אלהים וג' ויהיה אלו ארבע מדות טובות אשר מלא הב"ה
בצלאל כנגד ארבע יסודות החכמה אשר בעולם ויהיה מדרש הפסוק הזה כך.
ואמלא אותו רוח אלהים זו חכמת אלהית ותלמוד תורה שהוא היסוד הרביעי אשר
הוא ממלא האדם וגומר את תמימותו והרוח הזה מסרו הב"ה מחובר בג' ענינים
10 טובים. בחכמה זו חכמת המוסר וחכמת המוסר הוא היסוד הראשון המעיין בראש
החכמות ותחלתן שהן מתקנות את הלב ומקבילות אותו כלפי בינה. ובתבונה היא
חכמת היצורים המעיינת בעניני היצירה ותבנית כל הנבראים והיא היסוד השני
אשר אין האדם יכול ללומדו עד שיתגבר בחכמה. וקרא אותה תבונה לפי שהיא
עודפת על החכמה כמו שאמר הפסוק מי חכם ויבן אלה נבון וידעם נקרא תחלה
15 חכם אח"כ נבון. ובדעת זו חכמה אנושית אשר היא יסוד שלישי כי דרך העולם
לקרוא למי שהוא מכוון בכל דבריו וזריו בדרך ארץ ולתת תושיה ועצה לבני

1 : desde aquí hasta el final damos el texto a base del ms. M, fol. 208 v. -
209 || 10 : המוסר : el texto dice המספר, pero al margen hay una nota corri-
giéndolo || 12 : היצורים : el texto dice הצעורים.

עמו הוא דעתן ובעל דעת. ויהיה שם מלאכה אמור על כל אומניות אשר בעולם
ונמצא בצלאל חכם ומבין בכל חכמה שכליית ועמלנית.

ומצינו יסודי החכמה סדורים בבצלאל חלוף סדורן בפסוק הראשון אשר פתחנו
בו את הספר הזה. כי בבצלאל זכר החכמה האלהית תחלה ובפסוק הראשון זכר
אותה באחרונה. וזו החלוף בא מפני בצלאל וסדר אותם על הדרך שאדם ראוי
5 לקנותן ועל הדרך שמסר אותן בבצלאל. והתחיל ראשונה ברוח אלהים והוא תלמוד
תורה ויראת השם אשר האדם חייב להקדימם וללמד קודם כל חכמה ואחר סדר
בו שאר החכמות על דרך למודם ועל סדרם הקל תחלה ואחריו החמור ממנו עד
שהשלים יסודי החכמות הד'.

10 ובפסוק האחר סדר אותם על סדר מעלתם ומעלות הענינים אשר היא
חוקרת עליהם מפני זה התחיל בחכמת המוסר שהיא חוקרת עליהם על תכלית
הנמצאות וחתם בחכמת השכל והיא חכמת האלהית המעיינת בפלאי פלאות
החכמה.

ומצינו חכמת המוסר קרואה בשני הפסוקים האלו חכמה מפני שהיא קלה בלמודה
15 וקרובה היא במעלתה. וקרא לחכמה היצורית בפסוק אחד גבורה מפני שהיא מעיינת
בחכמת הבורא וחוקרת על הנמצאות ועקרם. ולא יכול אדם לירד לעומק החכמה
הזאת עד שיתגבר בבינה. וקרא לה הפסוק השני תבונה. והתבונה מוסיפה על החכמה
ועודפת עליה כמו שזכרנו למעלה.

וקרא לחכמה האנושית בפסוק האחד עושר מפני שהיא מעיינת בדרך מנהג
20 האדם בעולם וקרא לה בפסוק השני דעת מפני שהאדם צריך בשימוש עם
בני העולם אל הדעת. וכן קרא לחכמה האלהית בפסוק האחד השכל מפני
שהענינים שהיא חוקרת עליהם הם עומדים בהשכל ומצויירים בו ואין להם
צורה ודמות חוץ מהלב. ואין לאחד מחושי הגוף כוח להגיע אליהם. וקרא
לה בפסוק השני רוח מפני שאין אדם יכול להבין אותה על דרכה כי אם
25 ברוח אלהים מרוב פליאותה ותמצא כל החכמות קרואות בשני הפסוקים בשמות
נמנות ונכונות על שני המנהגים. האחד על דרך בינת האדם להם וסדר חיובם
בלמוד. והמנהג השני על דרך מעלתם ודקדוק הענינים אשר היא חוקרת
עליהם.

ובאתי בכאן לבאר כל הענין הזה ואם אינו מדרך החבור מפני שעסקתי לפנים
30 בדברי חול מדרך ארץ והבאתי הענין הזה אולי אסתר דברי חול בדברי קודש.

ואני חותם במקום הזה העמוד השני ומתחיל לפרש העמוד השלישי. והבורא
ברחמיו וברוב חסדיו יישירנו ללכת בדרכיו כי הכל בידי.

העמוד השלישי מפרש חכמת הנגון. והחכמה הזאת נקראת בלשון יון

מושיקא...